



Caracterização de superfícies seletivas de frequência com elementos fractais de Peano

Marcelo Ribeiro da Silva¹, Clarissa de Lucena Nóbrega¹, José Bosco Cruz Júnior²,
Paulo Henrique da Fonseca Silva², Adaildo Gomes D'Assunção¹

¹Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), Departamento de Engenharia de Comunicação, Caixa Postal 1655, CEP 59078-970, Natal, RN, Brasil, e-mails: marcelo_cefetpb@hotmail.com, clarissalucen@hotmail.com, adaildo@ct.ufrn.br

²Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB), Grupo de Telecomunicações e Eletromagnetismo Aplicado, CEP 58015-430, João Pessoa, PB, Brasil, e-mails: boscocruzjunior@gmail.com, henrique@ifpb.edu.br

Resumo: Este artigo apresenta uma análise de superfícies seletivas de frequência (FSSs) com a aplicação de elementos fractais de Peano do tipo *patch*, que são gravados em camada dielétrica simples. As propriedades de preenchimento espacial e a auto-similaridade dos fractais de Peano viabilizam o projeto de FSSs compactas, com dupla polarização, comportamento multibanda, que apresenta respostas estáveis em relação ao ângulo de incidência da radiação eletromagnética. As FSSs propostas são analisadas com o uso do *software* Ansoft DesignerTM. Dois protótipos de FSS são desenvolvidos a fim de validar, através de comparação entre os resultados teóricos e experimentais, a metodologia de projeto utilizada. As FSSs são analisadas em termos do número de iterações fractal (ou nível), bem como do ângulo de incidência das ondas planas. Em relação ao nível do fractal, observam-se propriedades interessantes de sintonia das frequências de ressonância das FSSs de Peano. Os resultados obtidos indicam características favoráveis para o desenvolvimento destas FSSs, tais como: um maior fator de compressão de frequência ($\approx 80\%$) e uma estabilidade da resposta destes filtros espaciais para a incidência oblíqua.

Palavras-chave: FSS, superfícies seletivas de frequência, filtros espaciais, fractal de Peano.

1. INTRODUÇÃO

As superfícies seletivas de frequência (FSSs) têm sido objeto de muita pesquisa nos últimos anos, devido às suas aplicações como filtros eletromagnéticos para microondas e sinais ópticos, tais como: sistemas de antenas refletoras, radomes, absorvedores, entre outros (MUNK, 2000; VARDAXOGLU, 1997; WU, 1995).

Uma FSS pode ser definida como um arranjo periódico bidimensional curvado ou planar que atua como um filtro espacial para radiação no espaço livre. São projetadas para refletir ou transmitir ondas eletromagnéticas com discriminação de frequência, exibindo total reflexão ou transmissão na vizinhança do arranjo de elementos ressonantes para *patches* ou aberturas, respectivamente. Quando uma onda eletromagnética incide sobre a superfície de uma FSS, cada elemento ressoa em torno da sua frequência de ressonância e espalha parte da energia incidente. A onda original é parcialmente transmitida e parcialmente refletida na direção especular. Estas estruturas ressoam a uma dada frequência, exibindo assim, seletividade espectral (MUNK, 2000; WU, 1995).

Os principais parâmetros que determinam a resposta em frequência de uma FSS são: a forma do elemento (tipo e geometria), as propriedades do substrato dielétrico, a periodicidade da FSS (distância entre as células unitárias que delimitam a localização de cada elemento), e o ângulo de incidência da onda plana em relação à FSS (MUNK, 2000; VARDAXOGLU, 1997; WU, 1995).

A aplicação de fractais geométricos no projeto de dispositivos de micro-ondas é uma solução vantajosa para a fabricação de filtros compactos com desempenho superior em termos de largura e banda e comportamento multibanda. A geometria fractal pode ser usada para projetar FSSs de camada simples com maiores fatores de compressão de frequência (*FC*) (CAMPOS et al., 2009; SILVA et al., 2012; TRINDADE et al., 2011), bem como para assegurar uma boa estabilidade da frequência de ressonância de FSSs funcionando como filtros espaciais (WANG et al., 2009; XUE et al., 2010).

Neste artigo, descreve-se uma metodologia para o projeto FSSs com um arranjo periódico de *patches* fractais de Peano. Os fractais de Peano são gravados em uma camada dielétrica através de um processo serigráfico de baixo custo. Estas estruturas planares, que atuam como filtros espaciais rejeita-



faixa, são analisadas em função do nível do fractal utilizado nos elementos pré-fractais da FSS. Também, é investigada a incidência oblíqua das ondas eletromagnéticas a cada nível do fractal para o projeto de FSSs compactas com respostas em frequência estáveis.

A caracterização teórica da FSS proposta foi realizada com o uso do programa comercial Ansoft Designer™, considerando-se *patches* fractais de Peano de níveis $k = 0, 1$ e 2 . O nível do fractal foi limitado devido à complexidade da geometria do elemento *patch* fractal resultante. Dois protótipos de FSS foram selecionados para a fabricação e caracterização experimental. Um analisador de redes vetorial (Agilent Technologies, modelo N5230A) foi usado para obtenção dos resultados experimentais na banda-X (7,0 ~13,5 GHz).

Na seção 2, descreve-se em linhas gerais a geometria fractal de Peano e as características principais das FSSs abordadas. Os resultados teóricos e experimentais são apresentados e discutidos na seção 3. Na seção 4, são feitos alguns comentários finais a respeito do estudo desenvolvido.

2. ESTRUTURA DAS FSSs FRACTAIS PROPOSTAS

Curva de Peano é a denominação dada a qualquer fractal cuja dimensão é igual a 2 (MANDELBROT, 1982). O matemático italiano Giuseppe Peano (1858-1932) foi o primeiro a descrever estas curvas de forma a preencher completamente um espaço bidimensional, como um quadrado. Assim, as curvas de preenchimento espacial no plano são comumente chamadas de curvas de Peano. Um exemplo simples de uma curva de Peano foi dada por D. Hilbert, em 1891.

De uma maneira diferente, usamos um fractal Peano (cuja base é um octógono) inspirada no trabalho de Mandelbrot (MANDELBROT, pp. 63, 1982). As FSSs projetadas são feitas de arranjos periódicos de elementos tipo *patch*, que são gravados, com uma periodicidade p , em um substrato de fibra de vidro (FR-4) com constante dielétrica $\epsilon_r = 4,4$, espessura $h = 1,6$ mm e tangente de perdas $\delta = 0,02$. As formas apresentadas pelos *patches* fractais de Peano, gerados a partir de um octógono de lado L quando $k = 0$, são ilustradas na Figura 1 para um fator de iteração fractal $r = 3$. Para cada iteração fractal $k = 1, 2$, nove cópias em escala reduzida ($N = 9$) do octógono gerador são produzidas. O lado L_k de um octógono na k -ésima iteração é dado por $L_k = L \cdot \sqrt[3]{r}^k$. A dimensão do fractal de Peano é dada por $D = \log \sqrt[3]{9} / \log \sqrt[3]{r} = 2$. Os protótipos de FSS foram fabricados como um arranjo periódico de dimensões 20 x 20 cm de *patches* fractais de Peano de níveis $k = 1, 2$, $L = 6$ mm e $p = 21$ mm.

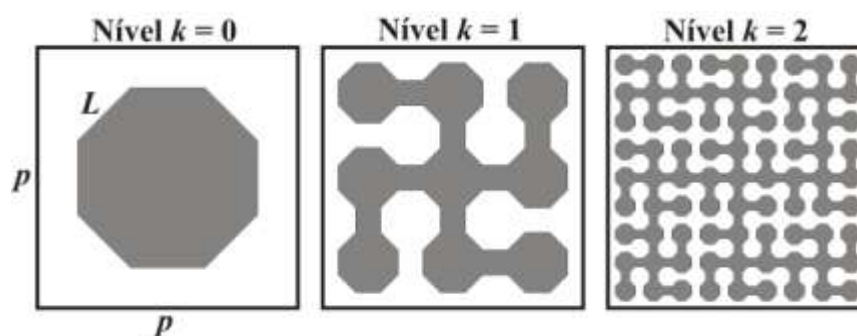


Figura 1 - Células unitárias (*patches*) com três níveis de iteração do fractal Peano

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

As respostas das superfícies seletivas de frequência são analisadas, em termos de seu coeficiente de transmissão (parâmetro de espalhamento S_{21}), com o programa Ansoft Designer™ que implementa o Método dos Momentos. São observadas variáveis como a frequência de ressonância (f_r) e a largura de banda (BW) em função do número de iterações fractais. A largura de banda é calculada para uma faixa de frequências em que o valor do coeficiente de transmissão é menor ou igual a -10 dB.

No procedimento de medição dos protótipos de FSS, as características de transmissão destes filtros espaciais foram obtidas com o uso de duas antenas do tipo corneta retangular: uma para



aplicação das ondas incidentes e outra para recepção das ondas transmitidas através dos protótipos de FSS. A Figura 2 apresenta uma fotografia do *setup* utilizado para a medição das FSSs com patches fractais de Peano.

Os resultados de simulação para as FSSs com *patches* fractais de Peano de níveis $k = 0, 1, 2$ são apresentados na Figura 3. Observa-se uma relação inversa entre a frequência de ressonância da FSS e o nível dos *patches* fractais. Enquanto o filtro espacial com arranjo periódico de *patches* octogonais (nível $k = 0$) apresentou uma dupla banda de rejeição, as demais FSSs com elementos fractais de níveis $k = 1, 2$ apresentaram comportamento multibanda, com três e sete frequências de ressonância, respectivamente. Observando-se as respostas de duas FSSs de mesma periodicidade $p = 21$ mm e níveis $k = 0$ e $k = 2$ obtém-se: $fr = 9,98$ GHz e $fr = 2,02$ GHz, respectivamente. Portanto, uma FSS com elementos fractais de Peano ($k = 2$) ressoa numa frequência bastante reduzida em relação a sua contrapartida Euclidiana. Isto representa um alto valor do fator de compressão de frequência (FC) igual a 79,76%, que possibilita a fabricação de filtros espaciais compactos.

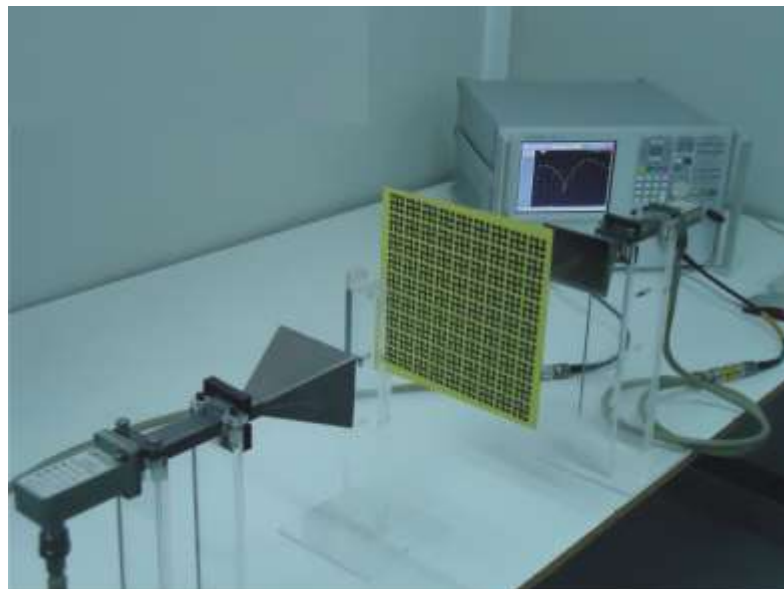


Figura 2 - Fotografia do *setup* utilizado para a medição das FSSs com *patches* fractais de Peano

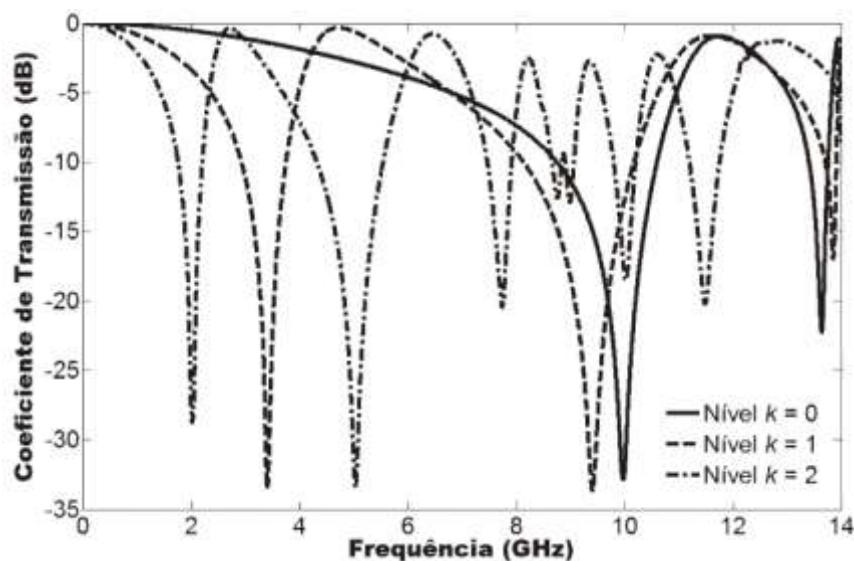


Figura 3 - Resultados simulados para o coeficiente de transmissão das FSSs com *patches* fractais de Peano de níveis $k = 0, 1$ e 2

As Figuras 4(a) e 4(b) apresentam comparações gráficas dos valores teóricos e experimentais do coeficiente de transmissão para as FSSs de níveis $k = 1, 2$, respectivamente. Os resultados obtidos apresentaram uma excelente concordância, validando a metodologia utilizada para a caracterização teórica e experimental das FSSs estudadas. O sucesso obtido com os protótipos de FSS, já na primeira tentativa de projeto/fabricação, indica que os *patches* fractais de Peano são bem apropriados para o projeto de filtros espaciais do tipo rejeita banda.

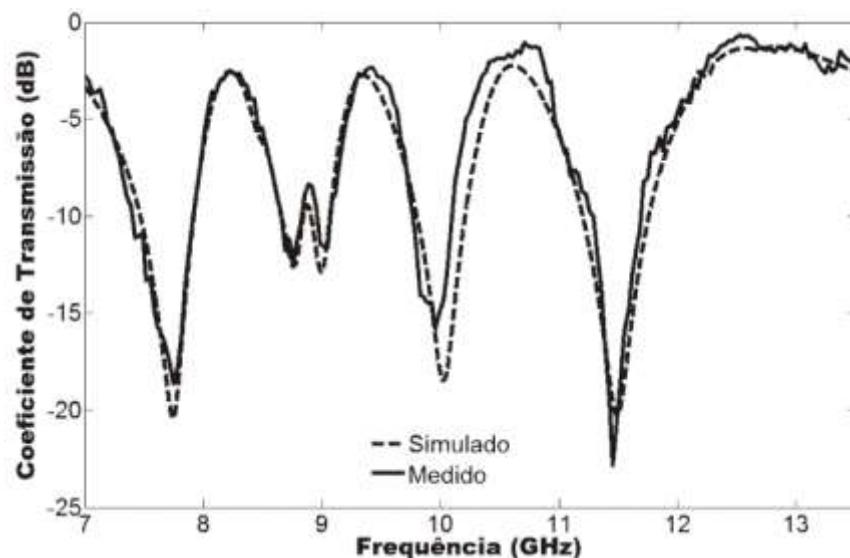
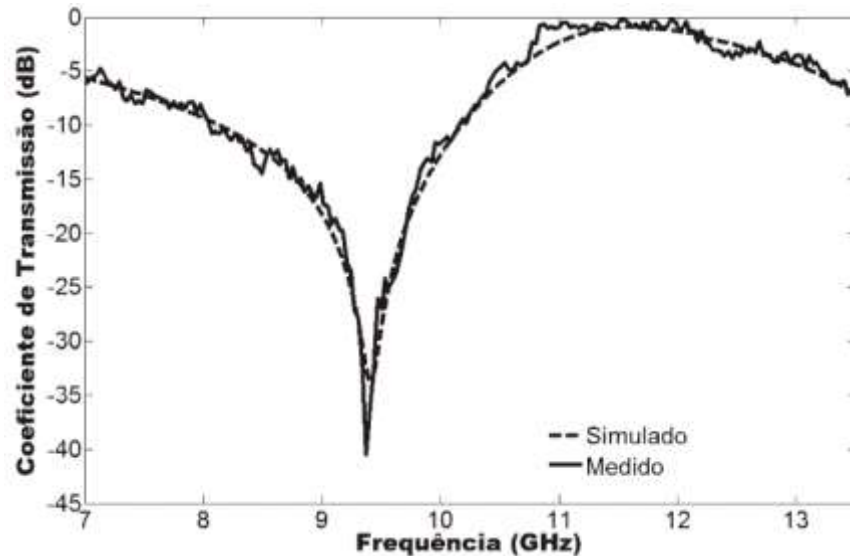


Figura 4 - Resultados simulados e medidos do coeficiente de transmissão da FSS com patches fractais de Peano de nível: (a) $k = 1$ e (b) $k = 2$

Os resultados indicados na Tabela 1, para frequência de ressonância (f_r) e fator de compressão de frequência (FC), permitem estabelecer uma comparação entre as FSSs propostas e outras FSSs com diferentes *patches* fractais geométricos: Koch, Gosper e Dürer (CAMPOS et al., 2009; SILVA et al., 2012; TRINDADE et al., 2011). Baseado nos resultados listados na Tabela 1 pode-se verificar que a FSS com *patches* fractais de Peano apresenta o maior fator de compressão de frequência: $FC=79,76\%$, possibilitando a fabricação de filtros espaciais mais compactos.



Tabela 1 – Comparação entre os parâmetros de FSSs com *patches* fractais de Peano e outras FSSs com diferentes *patches* fractais geométricos em função do nível fractal.

Nível	Peano		Koch		Dürer		Gosper	
	f_r (GHz)	FC (%)	f_r (GHz)	FC (%)	f_r (GHz)	FC (%)	f_r (GHz)	FC (%)
0	9,98	-	12,19	-	11,42	-	10,52	-
1	3,41	65,83	9,12	25,18	8,03	29,68	9,04	14,07
2	2,02	79,76	8,33	31,66	7,06	38,18	8,29	21,20
3	-	-	6,79	44,30	6,45	43,52	8,01	23,86

f_r = frequência de ressonância; FC = fator de compressão de frequência

A Figura 5 apresenta os resultados de análise considerando-se a primeira banda de rejeição das FSSs projetadas e o ângulo de incidência da radiação eletromagnética, com valores entre $\theta = 0^\circ$ (incidência normal) e $\theta = 60^\circ$. Em relação à incidência normal, para a FSS de nível $k = 0$, houve um desvio máximo na frequência de ressonância de 32,76%, enquanto que, para a FSS de nível $k = 2$, houve um desvio máximo de 0,49%. Portanto, verifica-se que, com o aumento do nível fractal, a resposta em frequência do filtro espacial proposto torna-se praticamente estável em relação ao ângulo de incidência da radiação eletromagnética.

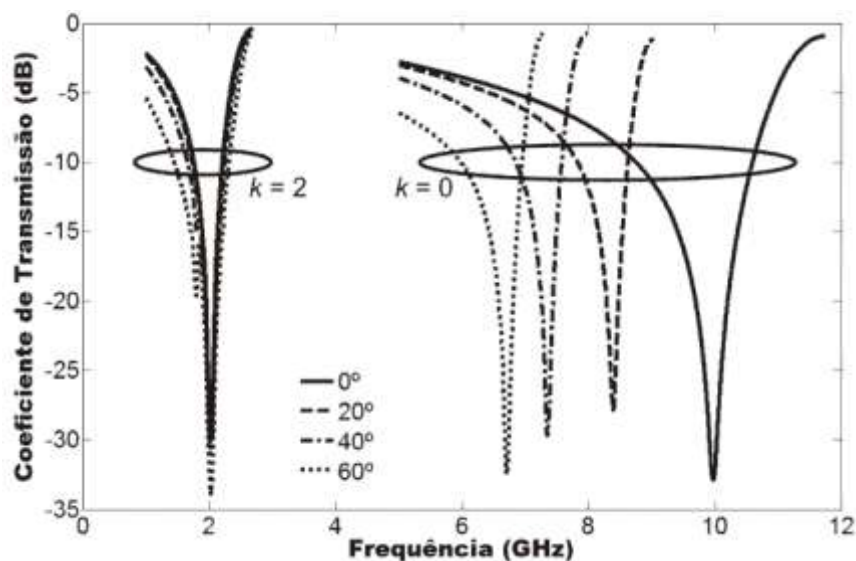


Figura 5 – Resultados simulados para a primeira banda de rejeição das FSSs com *patches* fractais de Peano em função do ângulo de incidência: (a) $k = 0$ e (b) $k = 2$.

4. CONCLUSÕES

As propriedades de transmissão de superfícies seletivas de frequência com *patches* fractais de Peano foram descritas neste artigo. A aplicação deste fractal para o projeto de FSSs resulta em filtros espaciais rejeita-faixa com dupla polarização e algumas características adicionais interessantes. Suas características de transmissão (frequência de ressonância e largura de banda) podem ser sintonizadas precisamente. Com a obtenção de um alto valor do fator de compressão de frequência é possível o projeto de FSSs mais compactas, e, que apresentam ótima estabilidade da frequência de ressonância quando submetida à incidência oblíqua de ondas planas. Outra característica desejável observada é a operação em múltiplas faixas de frequência em uma FSS de camada simples. A metodologia para a caracterização das FSSs com *patches* fractais de Peano foi validada através da excelente concordância entre os resultados teóricos e experimentais obtidos. O sucesso obtido com os protótipos de FSS, já na



primeira tentativa de projeto/fabricação, indica que os patches fractais de Peano são bem apropriados para o projeto de filtros espaciais do tipo rejeita banda.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Coordenação de Engenharia Elétrica do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba e ao Departamento de Engenharia de Comunicação da Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Este trabalho foi financiado pelo CNPq sob o convênio 573939/2008-0 (INCT-CSF), 307256/2009-0 e 507932/2010-2.

REFERÊNCIAS

CAMPOS, A. L. P. S.; OLIVEIRA, E. E. C.; SILVA, P. H. F. **Miniaturization of frequency selective surfaces using fractal Koch curves.** *Microwave and Optical Technology Letters*, v. 51, pp. 1983-1986, 2009.

MANDELBROT, B.B. **The fractal geometry of nature.** Freeman and Co.: 1982.

MUNK, B. A. **Frequency-selective surfaces: theory and design.** Wiley: 2000.

SILVA, P. H. F.; SANTOS, A. F.; CRUZ, R. M. S.; D'ASSUNÇÃO A. G. **Dual-band bandstop frequency selective surfaces with gosper prefractal elements.** *Microwave and Optical Technology Letters*, v. 54, pp. 771-775, 2012.

TRINDADE, J. I. A.; SILVA, P. H. F.; CAMPOS, A. L. P. S.; D'ASSUNÇÃO A. G. **Analysis of stop-band frequency selective surfaces with Dürer's pentagon pre-Fractals patch elements.** *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 47, pp. 1518-1521, 2011.

VARDAXOGLU, J. C. **Frequency selective surfaces: analysis and design.** Wiley: 1997.

WANG, W. T.; ZHANG, P. F.; GONG, S. X.; LU, B.; LING, J.; WAN, T. T. **Compact angularly stable frequency selective surface using hexagonal fractal configurations.** *Microwave and Optical Technology Letters*, v. 51, pp. 2541-2544, 2009.

WU, T. K. **Frequency selective surface and grid array.** Wiley: 1995.

XUE, J. Y.; GONG, S. X.; ZHANG, P. F.; WAN, W.; ZHANG, F. F. **A new miniaturized fractal frequency selective surface with excellent angular stability.** *Progress In Electromagnetics Research Letters*, v. 13, pp. 131-138, 2010.