Estudo e Aplicação dos Testes de Hipóteses Paramétricos e Não Paramétricos em Amostras da Estação Fluviométrica Três Maria (MG) da bacia Hidrográfica do Rio São Francisco

José Aparecido da Silva Gama[1]

[1]Professor do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Alagoas. E-mail: aparecidgama@ibest.com.br

Resumo: Teste de hipótese é uma técnica que faz inferência estatística. A partir de um teste de hipóteses, realizado com os dados amostrais pode-se inferir sobre o comportamento de uma dada população. Nesse estudo são formulados hipóteses, de acordo com os elementos amostrais e aplica-se o teste específico que indicará a aceitação ou rejeição da hipótese formulada. No estudo foram consideradas as vazões máximas de uma população, separaradas em duas amostras de mesmo tamanho, o nível de significância definido para a prova estatística dos testes de hipóteses paramétricos e não paramétricos foi $\alpha = 0.05$. Na aplicação da estatística de testes utilizou-se o software MATLAB e o STATDISK. Nos resultados obtidos com as hipóteses nulas estudadas tanto nos testes paramétricos como nos não paramétricos não houve evidência significativa para rejeitá-las. As amostras testadas apresentaram comportamento parecido nos parâmetros testados como também apresentaram homogeneidade e estacionariedade.
Palavras-Chave: Teste de hipótese, parâmetros, população, vazão

1. INTRODUÇÃO

Os testes estatísticos são fundamentalmente utilizados em pesquisas que tem como objetivo comparar condições experimentais. Esses testes estatísticos fornecem um respaldo científico às pesquisas para que estas tenham validade e tenham aceitabilidade no meio científico. Existe uma série de testes estatísticos que podem auxiliar as pesquisas, os quais podem ser divididos em: paramétricos e não paramétricos.

Nos testes paramétricos os valores da variável estudada devem ter distribuição normal ou aproximação normal. Normalmente esses testes são considerados mais rigorosos e possuem mais pressuposição para sua validação (REIS; RIBEIRO JÚNIOR, 2007).

Já nos testes não paramétricos, também conhecidos como testes de distribuição livres, não há exigências quanto ao conhecimento da distribuição da variável estudada (CALLEGARI-JACQUES, 2003).

De acordo com Viali, no desenvolvimento dos métodos da estatística moderna, as primeiras técnicas de inferência que surgiram foram as que faziam diversas hipóteses sobre a natureza da população da qual se extraíam os dados. Como os valores relacionados com a população são denominados “parâmetros”, tais técnicas estatísticas foram denominadas de paramétricas. O autor também afirma que os testes paramétricos são os mais utilizados, essa situação ocorre muitas vezes por conta do desconhecimento dos seus concorrentes os testes não paramétricos.

De acordo com Triola (2008) os testes de hipóteses têm sido muito empregados em pesquisas científicas. No entanto o autor alerta que para decidir se uma determinada hipótese é confirmada por um conjunto de dados, é necessário ter um procedimento objetivo para aceitar ou rejeitar a hipótese.

Esse trabalho tem como objetivo comparar o desempenho de testes de hipóteses paramétricos e não paramétricos com elementos de duas amostras de vazões máximas. Nos teste paramétrico irá se testar o comportamento de parâmetros das amostras, já nos testes não paramétricos será testada a homogeneidade e a estacionariedade dos dados amostrais.

2-METODOLOGIA

Neste trabalho são formulados hipóteses, definição de teste de significância e aplicação de testes de hipóteses para duas amostras de vazões máximas do mesmo tamanho, após esses procedimentos foram comparados o desempenho dos testes paramétricos e não paramétricos de hipóteses de homogeneidade e estacionariedade nas amostras analisadas.

As amostras de vazões máximas utilizadas neste trabalho são denominadas de *amostra 1* (que corresponde ao período de 1962 a 1983) e *amostra 2 (*que corresponde ao período de 1984 a 2006). O nível de significância definido para a prova estatística foi $\alpha = 0.05$.

Para transformação dos dados amostrais em informação estatística fez-se uso do software de programação matemática Matlab (Matrix laboratorium) e do software Statdisk 10.4. Desenvolvido por Mário Triola.

2.1 Testes Estatísticos de Hipóteses Paramétricos

Em termos gerais, hipótese é uma afirmação sobre algum fato ou fenômeno. Na estatística inferencial o termo hipótese tem um significado mais específico, pois se trata de uma afirmação sobre parâmetros populacionais. O teste de hipótese envolve determinar a magnitude da diferença entre um valor observado de uma estatística e o suposto valor do parâmetro e então decidir se a magnitude da diferença leva a rejeição da hipótese.

O teste de hipóteses paramétrico envolve fazer inferências sobre a natureza de população com base nas observações de uma amostra extraída desta população. Para Naghettini (2007) os testes paramétricos são aplicados se os dados amostrais, por premissa tiverem sido extraídos de uma população normal ou de qualquer outra população, cujo modelo distributivo é conhecido ou previamente especificado. Os testes paramétricos são conhecidos como testes "t" por fazer uso da distribuição t de Student.

Testes paramétricos sobre duas médias de população normal

A idéia inicial para aplicação de testes é de que as amostras foram extraídas de populações normais, de medias $\mu 1$ e $\mu 2$ iguais e desconhecidas. As amostras são independentes e supondo-se que as amostras sejam aleatórias simples. O desconhecimento das variâncias populacionais σ e σ e a condição de igualdade entre elas determinam a estatística de teste a ser usada.

A estatística de teste apropriada neste caso para ser utilizada hipóteses é a distribuição t de Student. A distribuição t é aplicada sobre a média populacional sempre que $n<30$, e a população forem normalmente distribuídas com variância desconhecida.

Atendidas essas condições o teste de hipótese é aplicado seguindo as seguintes etapas:

Etapa 1: Afirmativa de que as médias $\mu 1$ e $\mu 2$ são iguais.

Etapa 2: Se a afirmativa anterior for falsa as médias $\mu 1$ e $\mu 2$ são diferentes.

Etapa 3: Hipóteses: Ho: $\mu 1 = \mu 2$ (hipóteses nula) e H1: $\mu 1 \neq \mu 2$ (hipótese alternativa) o que implica em um teste bilateral.

Etapa 4: Nível de significância é $\alpha=0,05$.

Etapa 5: Aplica-se o teste t de Student.

Etapa 6: Grau de liberdade: g1 = min (n1 – 1, n2 – 1). Com g1 é possível achar o valor crítico tc, na tabela distribuição t: valores críticos tc. Onde n é o número de dados em cada amostra.

Etapa 7: Se o valor da estatística de teste tt caiu fora da região critica, deixa-se de rejeitar a hipótese nula $\mu 1 = \mu 2$.

Testes paramétricos sobre duas variâncias de população normal

A ideia inicial para aplicação de testes é de que as amostras são aleatórias e independentes e foram extraídas de populações de distribuição normal, de $\sigma 1^2$ e $\sigma 2^2$ desconhecidas. O desconhecimento das variâncias populacionais $\sigma 1^2$ e $\sigma 2^2$ e a condição de igualdade entre elas determinam a estatística de teste a ser usada.

A estatística de teste apropriada neste caso para ser utilizada num teste de hipóteses é a distribuição F de Snedekor. O teste F é aplicado para a comparação de variâncias populacional. Atendidas essas condições o teste de hipótese é aplicado seguindo as seguintes etapas:
Etapa 1: Afirmativa de que as variâncias σx^2 e σy^2 são iguais.
Etapa 2: Se a afirmativa anterior for falsa as variâncias σx^2 e σy^2 são diferentes.
Etapa 3: Hipóteses: Ho: $\sigma x^2 = \sigma y^2$ (hipóteses nula) e H1: $\sigma x^2 \neq \sigma y^2$ (hipótese alternativa), o que implica num teste bilateral.
Etapa 4: Nível de significância é $\alpha=0,05$.
Etapa 5: Usa-se o teste F de Snedekor.
Etapa 6: Grau de liberdade: g1 é o grau de liberdade do numerador e g2 é o grau de liberdade do denominador. Com g1 e g2 é possível achar o valor crítico F, na Tabela *Distribuição F*.
Etapa 7: Se o valor da estatística de teste F caí fora da região critica, deixa-se de rejeitar a hipótese nula _x2 = _y2.

2.2. Testes não paramétricos

São testes que não dependem de parâmetros populacionais, como por exemplo: *média e variância*, estes tipos de testes não estão condicionados por qualquer distribuição de probabilidades dos dados em análise, sendo também designados por "*distribution-free tests*". Outra conceituação atribuída aos testes paramétricos é que são testes que utilizam os dados ordenados para o cálculo de sua estatística.

Com essas premissas de bases de conceituações os testes de hipóteses de homogeneidade e estacionariedade, que pelas suas características distributivas e pelo tamanho de suas amostras, podem ser apenas testadas com o emprego dos testes não paramétricos.
Segundo Naghettini (2007), o termo "homogeneidade" implica que todos os elementos de certa amostra provem de uma única e idêntica população. A rejeição ou não rejeição da hipótese de homogeneidade de uma serie hidrológica é frequentemente decidida por meio do teste não paramétrico proposto por Mann e Whitney (1947).

O teste Mann-Whitney é equivalente ao teste da soma dos postos de Wilcoxon. Em hidrologia estatística, o termo "estacionariedade" refere-se ao fato que, excluídas as flutuações aleatórias, as observações amostrais são invariantes, com relação à cronologia de suas ocorrências. Os tipos de não estacionariedades incluem tendências saltos e ciclos, ao longo do tempo. Uma tendência temporal, eventualmente presente em uma serie hidrológica *Xt*, ao longo do tempo *t*, pode ser detectada pela correlação entre a série e o índice de tempo. Essa e a ideia essencial do teste não paramétrico de Spearman (NAGHETTINI, 2007).

Testes não paramétricos sobre duas medianas

A ideia inicial básica para aplicação desses testes é de que as amostras sejam independentes e selecionadas aleatoriamente, cada uma com mais de 10 valores. Para testar se duas amostras independentes são provenientes de populações com medianas iguais usa-se o teste da soma dos postos de Wilcoxon a qual usa postos de dados amostrais de populações independentes.

Atendidas as condições de desconhecimento das medianas m1 e m2 e a igualdade entre elas aplica-se o teste de hipótese seguindo as seguintes etapas:
Etapa 1: Afirmativa de que as medianas m1 e m2 são iguais.
Etapa 2: Se a afirmativa anterior for falsa as variâncias m1 e m2 são diferentes.
Etapa 3: Hipóteses: Ho: m1 = m2 (hipóteses nula) e H1: m1 e m2 (hipótese alternativa). O teste a ser aplicado é do tipo bilateral.
Etapa 4: As amostras 1 e 2 possuem 22 dados cada uma, n1 = n2 = 22 dados.
Etapa 5: Aplica-se o teste das soma dos postos de Wilcoxon. É retornado o valor da estatística de teste *Z*.
Etapa 6: Nível de significância é $\alpha=0,05$. Como o teste é bilateral os valores críticos de Z vai de -1,96 a 1,96.

Etapa 7: Se o valor da estatística de teste *Z* ficar fora da região critica, deixa-se de rejeitar a hipótese nula m1 = m2.

Testes não paramétricos sobre a correlação entre duas amostras
O teste de correlação de postos de Spearman usa postos de dados amostrais em pares combinados e testa a associação entre duas amostras. O coeficiente de correlação de postos de Spearman (rs) indica se há uma correlação entre essas duas amostras.
A idéia inicial para que esse teste seja aplicado é que as amostras sejam extraídas em pares e selecionadas aleatoriamente.
Atendidas essas condições o teste de hipótese é aplicado seguindo as seguintes etapas:
Etapa 1: Afirmativa de que não há correlação entre as duas amostras (rs = 0).
Etapa 2: Se a afirmativa anterior for falsa é porque há uma correlação entre as duas amostras (rs ≠0).
Etapa 3: Hipóteses: Ho: rs = 0 (hipóteses nula) e H1: rs ≠ 0 (hipótese alternativa).
Etapa 4: Aplica-se o teste de correlação de postos de Spearman. Determina-se o rs.
Etapa 5: Nível de significância é =0,05.
Etapa 6: O valor crítico rc é encontrado na tabela de valores críticos do coeficiente de correlação dos postos de Spearman.
Etapa 7: Se o valor do teste de correlação rs não exceder o valor crítico rc deixa-se de rejeitar a hipótese nula rs = 0. 1962-19831984-20052000300040005000600070000Values

3. RESULTADOS

Os boxplots para as amostras 1 (1962-1983) e 2 (1984-2005) podem ser vistos na figura 1

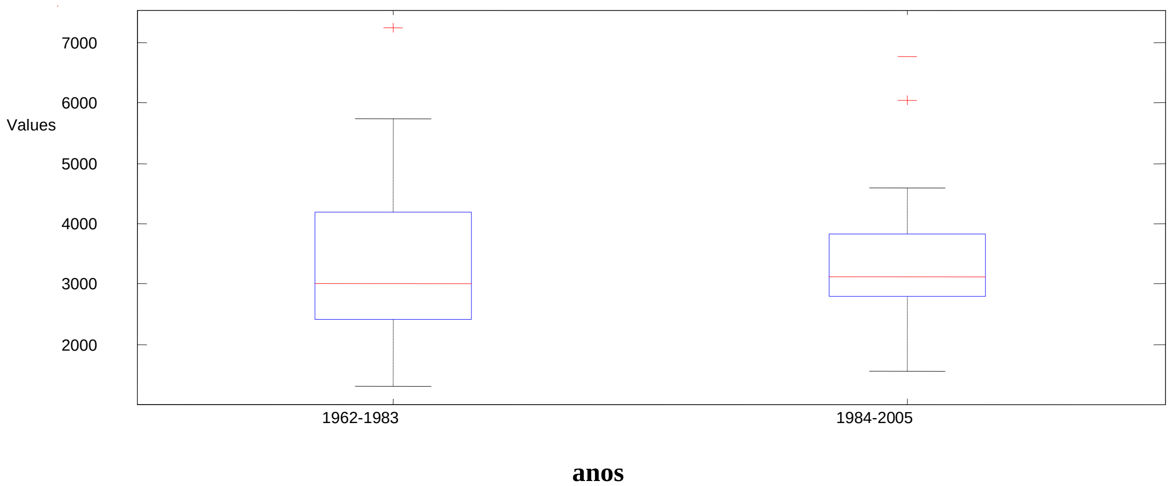

Figura 1: Boxplot das vazões para os períodos de 1962-1983 e 1984-2005

A figura 1 mostra a presença de um *outlier* na amostra 1 (um) e a presença de 2 (dois) *outlier* na amostra 2. Na análise da mesma figura podemos observar que a amostra 2 apresenta dados mais concentrados que a amostra 1

3.1 Testes Paramétricos

Testes paramétricos sobre duas médias de população normal
Para as hipóteses Ho: $\mu1=\mu2$ (hipótese nula) e H1; $\mu1 \neq \mu2$ (hipótese alternativa).
- Aplicou-se a função Ttest2 no software Matlab e obteve-se o valor de estatística de test **t =0, 9949.**
- Graus de liberdade: g1, g2 (21,21).
- Na tabela de distribuição t o valor crítico encontrado em áreas de duas caldas foi **tc crítico = 2,080.**
- O valor de test (**t = 0,9949 < tc = 2,080)** é menor que o valor crítico, dessa forma o valor da estatística de teste ficou fora da região crítica o que se leva a deixar de rejeitar a hipótese nula $\mu1=\mu2$.

Dessa forma conclui-se que as médias da amostra1 e da amostra2 apresentam comportamento parecido.

Testes paramétricos sobre duas variâncias de população normal

Hipótese: Ho: $\sigma 1^2 = \mu 2^2$ (hipóteses nula) e H1: $\sigma 1^2 \neq \mu 2^2$ (hipótese alternativa).

- Aplicou-se a função vartest2 (test F) no software Matlab e obteve-se o valor de estatística de test **Ft =0,6604.**

- Graus de liberdade: g1, g2 (21,21).

- Na tabela de distribuição F o valor crítico encontrado em áreas de duas caldas foi **Fc crítico = 2,4247**, encontrado na tabela F para α =0,025 na calda direita, pois o teste é bilateral com α =0,025 em cada calda.

- O valor de test (**Ft = 0,6604 < tc = 2,4247)** é menor que o valor crítico, dessa forma o valor da estatística de teste ficou fora da região crítica o que se leva a deixar de rejeitar a hipótese nula $\mu 1 = \mu 2$.

Dessa forma conclui-se que as variâncias da amostra1 e da amostra2 apresentam comportamento parecido.

3.2. Testes não paramétricos

Testes não paramétricos sobre duas medianas

Hipóteses: Ho: m1 = m2 (hipóteses nula) e H1: m1 e m2 (hipótese alternativa).

- Aplicou-se o teste das somas dos postos de Wilcoxon no *software* STADISK e Foram os seguintes resultados: o valor da estatística de teste **z = 0.2347**

- Número de dados: n1 = 22 dados e n2= 22 dados.

- Como essa estatística de teste se baseia na distribuição normal, os valores críticos de **zc** vai de -1,96 a 1,96. O teste é bilateral com nível de significância é _ = 0,05.

- Como **z = 0,2347 < zc = 1,96**, o valor da estatística de teste *z* ficai fora da região critica. Dessa forma, deixa-se de rejeitar a hipótese nula m1 = m2.

Portanto, como a hipótese nula (H0) não é rejeitada a amostra é dita e homogênea.

3.2.2. Testes não paramétricos sobre a correlação entre duas amostras

Hipóteses: Ho: rs = 0 (hipóteses nula) e H1: rs $\neq$0 (hipótese alternativa).

- Aplicou-se o teste de correlação de postos de Spearman no *software* STATDISK e foi encontrado o valor de **rs = 0,0446**

- Número de dados: n = 22 dados.

- Na tabela A.9 do Apêndice A do livro Triola (2008) de valores críticos do coeficiente de correlação de postos de Spearman (rc) o valor correspondente a n=22 dados é **rc = 0,425**(valor crítico), encontrado na tabela para α = 0,05 no teste bilateral esse mesmo valor também foi encontrado no *software* STATDISK.

Sendo o coeficiente de correlação de Spearman menor que o valor crítico (**rs= 0,0446 < rc = 0,425).** o valor da estatística de teste rs situa-se da região critica. Dessa maneira, o valor do teste de correlação rs não excede o valor crítico rc e não se rejeita a hipótese nula rs = 0.

Como a hipótese nula (H0) não é rejeitada a amostra é dita estacionaria.

4. CONCLUSÃO

Como observado nos resultados obtidos às hipóteses nulas testadas tantos nos testes de hipóteses paramétricos como nos testes não paramétricos não houve evidências significativas para rejeitá-las.

Nos testes paramétricos das amostras 1 e 2 a hipótese nula foi aceita e com isso essas amostras apresentam comportamentos parecidos nos parâmetros analisados.

Nos testes não paramétricos das amostras 1 e 2 a hipótese nula também foi aceita o que fez com essas amostras apresentassem homogeneidade e estacionariedade, com isso afirma-se que as vazões máximas do rio em análise não apresentam tendência para alteração gradual no período estudado.

REFERENCIAS

CALLEGARI-JACQUES, Sidia M. **Bioestatística: Princípios e Aplicações**. Porto Alegre: Artmed, 2003.

NAGHETTINI, M.; PINTO, E. J. A. 2007. **Hidrologia Estatística**. Belo Horizonte, CPRM.

REIS, G.; RIBEIRO JÚNIOR, J. I. **Comparação de testes paramétricos e não paramétricos aplicados em delineamentos experimentais**. III Saepro-2007 UFV. Viçosa-MG, 2007.

TRIOLA, M. F. **Introdução à Estatística.** Rio de Janeiro, LTC. 2008.

VIALI, L. **Apostila testes de Hipóteses –** Departamento de Estatística, PUC/RS**.** Disponível em: http://www.pucrs.br/famat/viali/graduacao/engenharias/material/apostilas/Apostila_4.pdf. Acesso em: 27.08.2012.