

ESTUDO EXPERIMENTAL E NUMÉRICO DO MÓDULO DE ELASTICIDADE EFETIVO DO CONCRETO

Jhonnatta Richarilly Amaral Vilela Tavares¹, Rodrigo Mero Sarmiento da Silva², João Gilberto Teixeira Silva³

¹ Técnico em Edificações, Aluno de Iniciação Científica - IFAL. e-mail: jhonnattaricharilly@hotmail.com

² Engenheiro Civil, Professor Mestre - IFAL. e-mail: rodrigo.mero@gmail.com

³ Engenheiro Civil, Professor Doutor - IFAL. e-mail: rodrigo.mero@gmail.com

Resumo: Este trabalho estuda o comportamento do concreto, utilizando técnicas experimentais e simulação numérica para modelar as propriedades mecânicas desse material. Quando o concreto é avaliado em sua macroescala, pode ser entendido como um compósito homogêneo, por ser formado da combinação de uma matriz (argamassa) mais uma inclusão (agregado graúdo), e por apresentar as mesmas propriedades mecânicas em todos os seus pontos, sendo essa constatação uma simplificação para o desenvolvimento das teorias que abordam esse assunto. Entretanto, ao observarmos sua microescala, percebemos que o concreto, em um elemento de volume representativo (EVR), não mais pode ser tratado como homogêneo, já que é constituído por materiais com propriedades mecânicas distintas, partindo agora para heterogêneo. Sendo assim, para entender a sistemática do concreto, em especial das suas propriedades mecânicas globais, realizou-se uma modelagem computacional do seu módulo de elasticidade estático através de técnicas propostas pela micromecânica de campos médios, que levam em consideração as propriedades elásticas da argamassa e do agregado e suas respectivas frações volumétricas, e, logo em seguida, poderá ser comparada com resultados obtidos experimentalmente. Alguns modelos são propostos na literatura para quantificação de propriedades mecânicas de materiais, como: Mori-Tanaka, Auto Consistente, Dilute Suspension, Esquema Diferencial, entre outros. Em uma análise preliminar, verifica-se claramente, que modelos micromecânicos que adotam duas fases, apesar de não considerarem a zona de transição (interface entre a argamassa e o agregado), podem gerar bons resultados para o problema do material compósito concreto.

Palavras-chave: concreto, micromecânica, propriedades mecânicas

1. INTRODUÇÃO

Dado um corpo admitido homogêneo e contínuo em sua macroestrutura, quando reduzido a uma escala suficientemente pequena, não se comporta como material homogêneo, e sim heterogêneo, além de apresentar descontinuidades.

Uma simplificação adotada usualmente em macroescalas pode ser admitida, quando se estuda a microescala de materiais, que é a homogeneidade e a continuidade na escala de estudo (Figura 1).

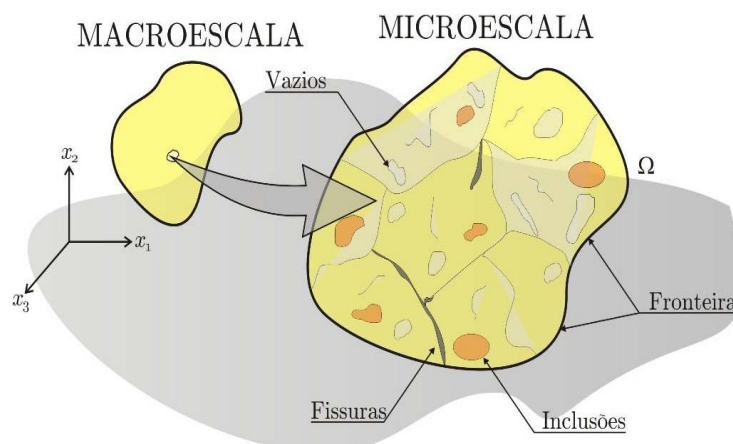


Figura 1- Elemento de volume representativo - EVR - (Fonte: Cavalcante 2008).

O EVR (Figura 1) ilustra a transformação de um elemento em sua macroescala, admitido homogêneo em suas propriedades mecânicas, para um elemento em sua microescala, onde se podem observar claramente, os elementos constituintes desse EVR: fissuras, inclusões, fronteira etc.



Quando se estuda micromecânica de campos médios, definem-se os elementos que constituem o EVR, como fases (inclusões), e o material que circunda as fases de matriz. Dessa forma, um compósito, em seu elemento de volume representativo, pode ser caracterizado por uma matriz e diversas fases.

Um volume é considerado representativo, quando ao diminuir a sua escala tenha-se a heterogeneidade representada pelas suas fases bem caracterizadas.

Para entender as definições da micromecânica, pode-se admitir que o volume representativo seja a soma do volume da matriz com o somatório do volume de todas as parcelas de inclusões, podendo ser vazios, materiais, fissuras etc. (Christensen and Lo 1979). A Equação (1), a seguir, representa este método.

$$V = V_m + \sum_{\alpha=1}^n V_{\alpha} \quad (1)$$

onde, V_m é o volume da matriz, V_{α} é o volume das inclusões e V o volume total do elemento representativo. Ao tomar-se a razão entre o volume da matriz e o volume total, bem como o volume das inclusões e o volume total, têm-se as frações volumétricas a seguir, considerando as Equações (2) e (3), respectivamente.

$$f_m = \frac{V_m}{V} \quad (2)$$

$$f_{\alpha} = \frac{1}{V} \sum_{\alpha=1}^n V_{\alpha} \quad (3)$$

As frações volumétricas são extremamente importantes nesse tipo de análise. A mais simplificada propõe uma média ponderada em função das frações, das propriedades para análise global, também conhecida como regra da mistura.

Com o passar do tempo, diversos métodos foram desenvolvidos para a resolução do problema micromecânico, destacando-se o Método da Inclusão Equivalente, desenvolvido por (J.D. Eshelby) em seu trabalho "*The determination of the elastic Field of an ellipsoidal inclusion and related problems*", em 1954, uma das grandes contribuições para o desenvolvimento da micromecânica de meios efetivos.

A partir do método proposto por Eshelby, outros métodos foram desenvolvidos, destacando-se: Auto Consistente (Benveniste 1987), Mori-Tanaka (Hashin 1988), Esquema Diferencial (Walpole 1987), entre outros. Neste trabalho, propõe-se utilizar os diversos métodos para análise micromecânica de concreto.

Conhecendo as características mecânicas das fases e da matriz, e suas respectivas frações volumétricas, pode-se obter o valor da propriedade mecânica global do material. Aplicando tal definição ao problema do estudo tecnológico do concreto, nos quais ensaios são repetidos para vários corpos de prova em diversas idades, torna-se a rotina desgastante e onerosa. Para contornar tal dificuldade, podem-se calibrar os métodos numéricos com alguns ensaios e posteriormente substituí-los, uma vez conhecidos as propriedades dos constituintes e o traço empregado na confecção do concreto.

2. MATERIAL E MÉTODOS

A metodologia empregada neste trabalho consiste em duas etapas distintas: estudo experimental e comparação com modelos numéricos da micromecânica de campos médios.

2.1. Metodologia Experimental

Os estudos foram realizados em um laboratório especializado, que oferece equipamentos e aparelhagem necessários à pesquisa. Foram executados, a partir desse suporte, ensaios de caracterização dos materiais empregados no traço, bem como a definição das frações volumétricas da matriz e das inclusões, moldagem dos corpos de prova, adensamento, ensaios mecânicos, entre outros.



É importante salientar que os ensaios de caracterização foram feitos de modo a fornecer subsídios para que se pudesse determinar a dosagem do concreto estudado através do método do ACI.

2.1.1. Cimento Portland

Para confecção do concreto, foi utilizado cimento portland CP II Z 32 RS. De acordo com a NBR NM 23 (2001), este material apresenta uma massa específica de 3,15g/cm³.

2.1.2. Agregados

Os agregados utilizados foram caracterizados de acordo com as indicações das normas vigentes. A determinação da composição granulométrica de ambos (miúdo e graúdo) foi realizada através da NBR NM 248 (2003).

O agregado miúdo foi à areia lavada, caracterizada como média, perante NBR 7211 (2009). Utilizou-se como agregado graúdo, a brita granítica, granulometricamente conhecida como brita zero. Sua escolha deu-se basicamente devido à sua disponibilidade e facilidade de manuseio, além da capacidade de proporcionar menos vazios ao concreto, aumentando, portanto, sua resistência à compressão.

Diante dos resultados obtidos experimentalmente, foram realizados ensaios para a determinação de parâmetros físicos relevantes desses materiais. As Tabelas 1 e 2 a seguir, apresentam os valores encontrados, bem como as normas de execução.

Tabela 1 - Parâmetros físicos da areia.

DETERMINAÇÕES	MÉTODO DE ENSAIO	RESULTADOS
Módulo de finura	NBR 7211	2,77
Diâmetro máximo (mm)	NBR 7211	2,36
Massa específica (g/cm ³)	NBR NM 52	2,55
Massa aparente (g/cm ³)	NBR NM 52	1,31
Umidade (%)	S2-53	3,42

Tabela 2 - Parâmetros físicos da brita.

DETERMINAÇÕES	MÉTODO DE ENSAIO	RESULTADOS
Diâmetro máximo (mm)	NBR 7211	9,52
Massa específica (g/cm ³)	NBR NM 53	2,66
Massa aparente (g/cm ³)	NBR NM 53	1,54

2.1.3. Determinação da composição do concreto e argamassa de referência

Conforme já mencionado, a determinação do traço experimental teve como base o modelo americano de dosagem, concedido pelo método do ACI (*American Concrete Institute*). O traço experimental (1: 1,1: 0,86), em peso seco, com fator água/cimento de 0,3, foi efetuado para uma resistência à compressão prevista aos 7 e 28 dias respectivamente, de 35 e 45 MPa. Nesse traço têm-se 1,96 kg de agregados/kg de cimento, 56,12% de agregado miúdo/agregados.

Devido à necessidade de realizar um estudo comparativo, utilizou-se para a argamassa, o mesmo traço do concreto, uma vez que tal análise fornece-nos informações necessárias ao estudo da micromecânica.

2.1.4. Moldagem dos corpos de prova de concreto e argamassa

A moldagem dos corpos de prova de concreto e argamassa foi realizada de acordo com a norma NBR 5738 (2003) e com a norma NBR 13276 (2005), respectivamente. Foram moldados 30 corpos de prova de concreto, utilizando moldes de 15x30cm (diâmetro x altura), e 30 corpos de prova de argamassa, utilizando moldes de 5x10cm (diâmetro x altura).

Uma propriedade importante do concreto em seu estado fresco é a determinação da consistência por meio do *slump test*. Este ensaio torna-se imprescindível, já que a consistência é um dos principais fatores que influenciam na trabalhabilidade do concreto. Diante das especificações da norma NBR NM 67 (1998), o concreto utilizado é considerado como de consistência firme.



A realização da cura do concreto e da argamassa é fundamental, já que garante a obtenção de resistência mecânica para ambos os compostos. Esse processo foi executado de acordo com a NBR 9479 (2006).

2.1.5. Ensaio de resistência à compressão

Este ensaio foi realizado de acordo com os procedimentos da NBR 5739 (2007). Para sua realização, bem como a do módulo de elasticidade, utilizou-se uma prensa hidráulica, com capacidade de carga de 2000 KN. As idades de cura adotadas foram de 7,14 e 28 dias. A ruptura da argamassa foi realizada a partir da mesma metodologia do concreto.

2.1.6. Determinação do módulo de elasticidade estático

Os ensaios para determinação do módulo de elasticidade foram realizados conforme a NBR 8522 (2008). Foi utilizada a mesma metodologia para determinação do módulo da argamassa.

2.1.7. Determinação das frações volumétricas

Para determinação das frações volumétricas da matriz e das inclusões, usou-se o traço em volume (0,32: 0,43: 0,32), encontrado a partir do traço em massa (1: 1,1: 0,86), dividido pela massa específica correspondente a cada constituinte do concreto. Então, considerando a Equação (3), temos uma fração volumétrica da inclusão equivalente a 0,3 ou 30% do volume total.

2.2. Metodologia Numérica

Modelos numéricos para caracterização das propriedades globais de materiais compósitos a partir de técnicas de micromecânica são amplamente estudados, principalmente nas últimas décadas.

A maioria dos modelos numéricos utilizados é baseada no modelo da inclusão equivalente de Eshelby, tratando de uma inclusão elipsoidal imersa em um meio infinito.

Os modelos que se baseiam no modelo de Eshelby diferem entre si, pela forma como tratam as interações entre as inclusões. No caso do estudo micromecânico de concreto, um problema é constatado: a zona de transição (interface entre o agregado e a pasta), já que tem influência direta na propriedade global do material.

Diversos trabalhos propõem o estudo do concreto levando em consideração a zona de transição, com modelos de três fases, e outros modelos, como o proposto por Monteiro (2002). Os modelos citados abaixo tratam apenas de duas fases, uma matriz e uma inclusão, sendo assim para o tratamento numérico deste trabalho, utilizam-se a argamassa como a matriz, e o agregado graúdo como sendo as inclusões.

2.2.1. Modelo Auto Consistente

Elaborado por Hill (1965), esse método permite a obtenção da matriz constitutiva global a partir das matrizes constitutivas da inclusão e da matriz. A Equação (4), logo abaixo, mostra o cálculo para determiná-lo.

$$\bar{C} = C + f_a(C_a - C)[I + S\bar{C}^{-1}(C_a - C)]^{-1} \quad (4)$$

sendo C_a a matriz constitutiva da "inclusão", C , a matriz constitutiva da "matriz", f_a , a fração volumétrica da inclusão. Na equação de recorrência do método Auto Consistente, tem-se ainda o tensor de Eshelby (S), que pode variar com a geometria das inclusões, podendo ser esférica, cilíndrica ou disco, e a matriz identidade I .

2.2.2. Modelo de Mori-Tanaka

Modelo baseado no lema de Mori-Tanaka (1978) que tem a Equação (5), a seguir, de recorrência.

$$\bar{C} = [f_a C_a [I - SC^{-1}(C - C_a)]^{-1} + (1 - f_a)C][f_a [I - SC^{-1}(C - C_a)]^{-1} + (1 - f_a)I]^{-1} \quad (5)$$

2.2.3. Modelo Esquema Diferencial

Proposto por Hashin (1988), esse modelo adiciona a fração volumétrica de forma incremental até o valor de estudo e tem a Equação (6) de recorrência.

$$\bar{C}(i + 1) = \bar{C}(i) + \frac{\Delta f_{\alpha}}{1 - f_{\alpha}} [C_{\alpha} - \bar{C}(i)] A^{DIL} \quad (6)$$

onde A^{DIL} , pode ser determinado pela Equação (7), adiante.

$$\bar{C}(i + 1) = [I - S(i)\bar{C}(i)^{-1}[\bar{C}(i) - C_{\alpha}]^{-1}] \quad (7)$$

para uma estratégia inicial, faz-se a Equação (8).

$$\bar{C}(i) = C \quad (8)$$

2.2.4. Modelo Dilute Suspension

No modelo *Dilute Suspension*, admite-se que não existe interação entre as inclusões, considerando que uma matriz infinita envolva uma única inclusão, e tem a Equação (9) de recorrência.

$$C = C_m + f_i (C_i - C_m) : [I - S : C_m^{-1} : (C_m - C_i)]^{-1} \quad (9)$$

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

As Figuras 2 e 3, logo adiante, ilustram os corpos de prova, bem como as idades dos ensaios mecânicos e os valores encontrados experimentalmente.

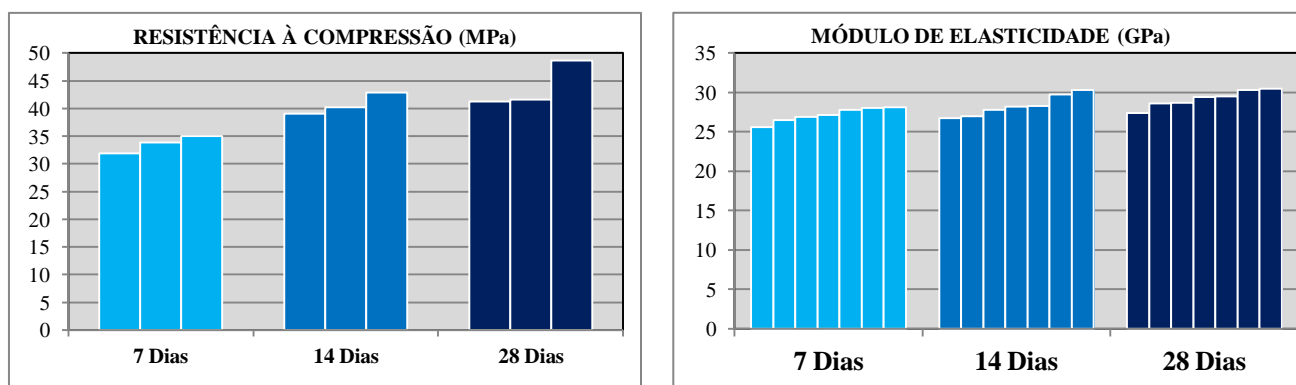


Figura 2 - Resultados dos ensaios mecânicos de concreto.

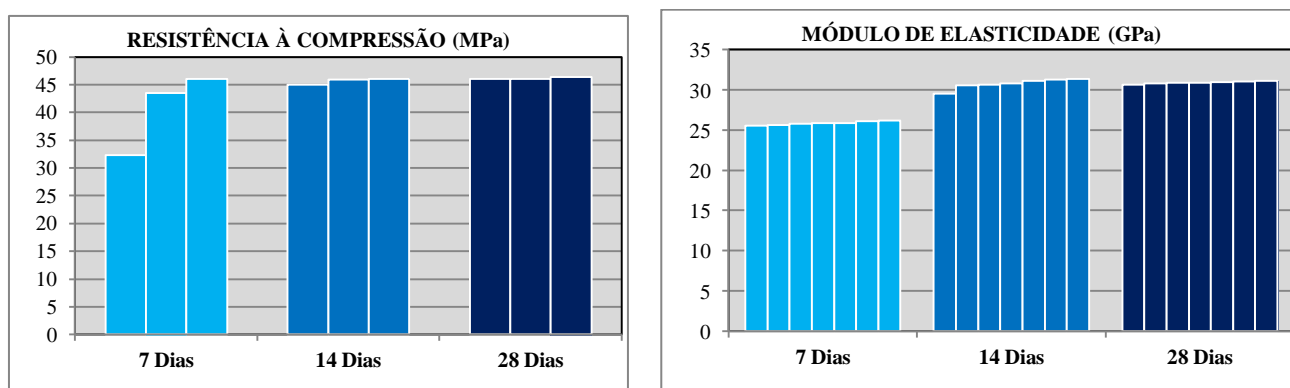


Figura 3 - Resultados dos ensaios mecânicos de argamassa.

De posse dos resultados experimentais, monta-se uma tabela, com as respectivas propriedades mecânicas das fases e matriz, considerando a média aritmética e valores encontrados na literatura, conforme Tabela 3.

Tabela 3 - Análise dos resultados experimentais para aplicação micromecânica.

Tempo	Matriz	Inclusão	Compósito
	Argamassa	Agregado Graúdo	Concreto
	Módulo de Elasticidade	Módulo de Elasticidade ¹	Módulo de Elasticidade
7 Dias	25,86 GPa	45,20 GPa	27,16 GPa
14 Dias	30,75 GPa	45,20 GPa	28,30 GPa
28 Dias	30,91 GPa	45,20 GPa	29,19 GPa

A Figura 4, logo abaixo, ilustra o estudo numérico feito com os valores referentes à Tabela 3, para o módulo de elasticidade.

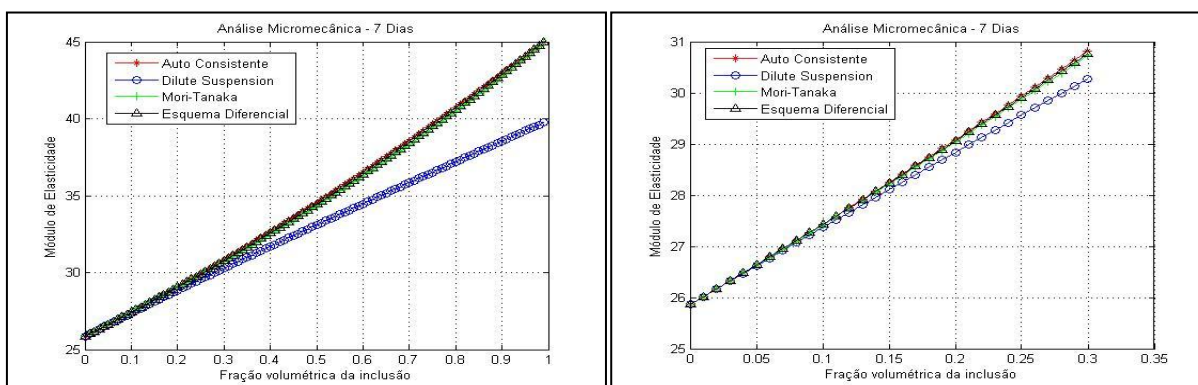


Figura 4 - Módulo de elasticidade para 7 dias, variando a fração volumétrica da inclusão (zoom na fração de 30%).

Na composição dos corpos de prova, utilizou-se uma fração volumétrica de 30% de inclusão (agregado graúdo). Em todos os gráficos, poderá ser observado este valor como referência.

A Figura 5 a seguir, contempla o gráfico do módulo de elasticidade para 14 dias.

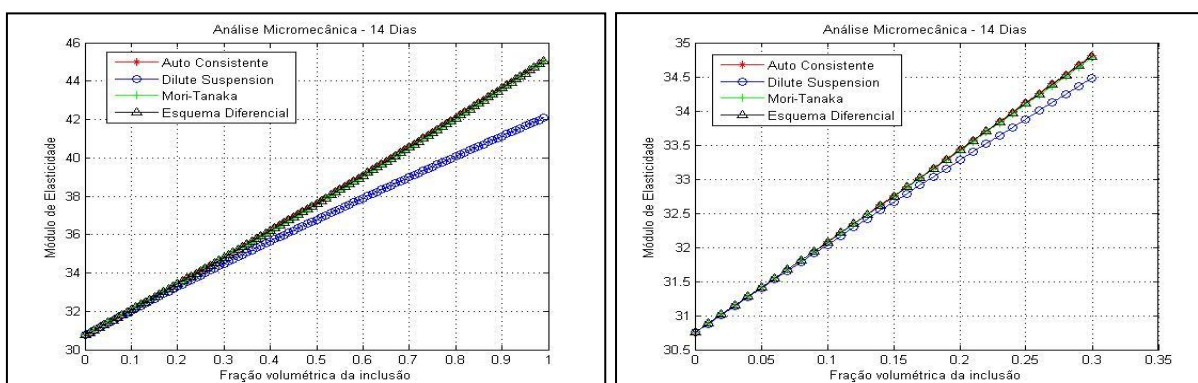


Figura 5 - Módulo de elasticidade para 14 dias, variando a fração volumétrica da inclusão (zoom na fração de 30%).

¹ Fonte: GONÇALVES (1996)

A análise micromecânica do módulo em 28 dias pode ser observada na Figura 6.

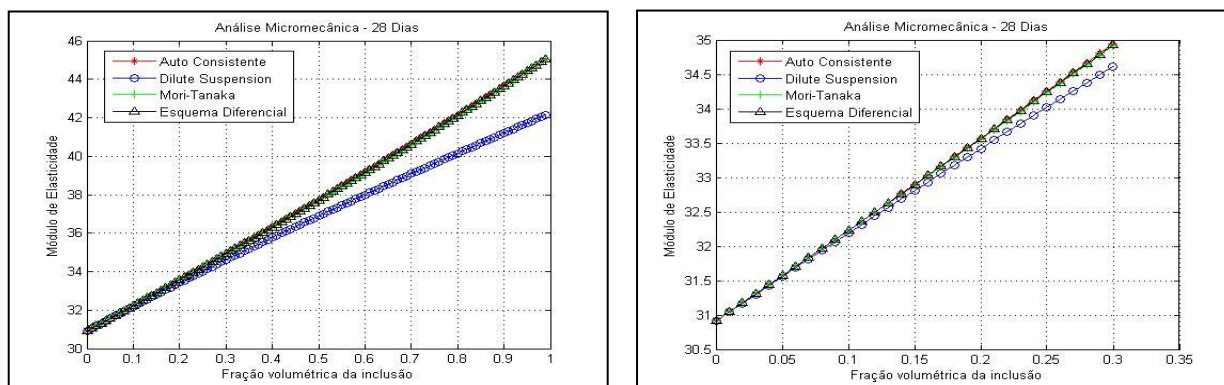


Figura 6 - Módulo de elasticidade para 28 dias, variando a fração volumétrica da inclusão (zoom na fração de 30%).

Na análise numérica, apesar de utilizar-se, para efeito de comparação, apenas a fração volumétrica de inclusão de 30%, faz-se necessário, pelo algoritmo do modelo Esquema Diferencial, o incremento de um Δf_a , mostrado na Equação (6) de recorrência. Optou-se para uma melhor visualização do comportamento das propriedades mecânicas do concreto, variar a fração volumétrica com intervalo de 0% a 100%.

A Figura 7, a seguir, apresenta a comparação do módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson do concreto obtidos experimentalmente e na literatura, bem como os encontrados a partir dos modelos numéricos propostos pela micromecânica, considerando uma fração volumétrica de 30% de inclusão, para as idades de 7, 14 e 28 dias.

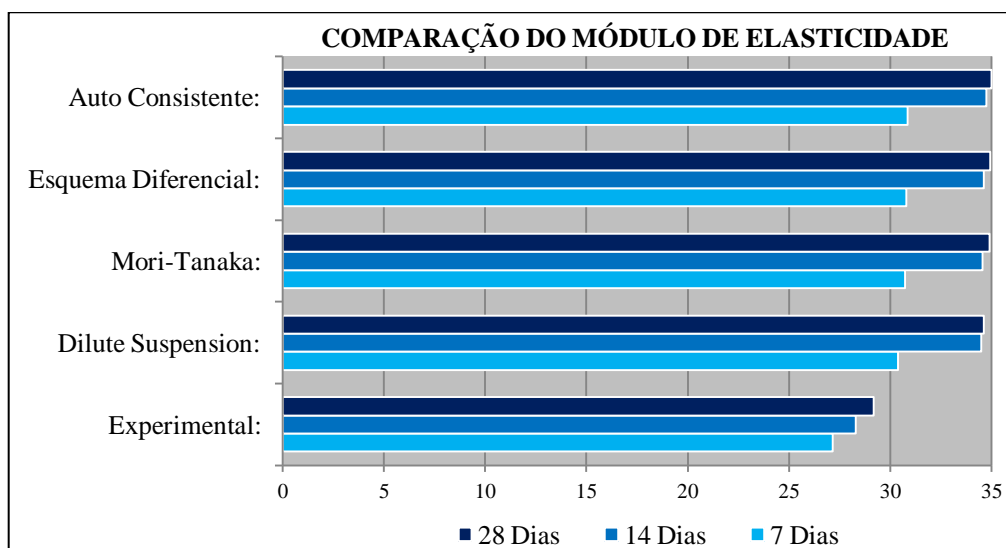


Figura 7 - Comparação entre modelos numéricos e análise experimental do módulo de elasticidade aos 7, 14 e 28 dias.

Inicialmente, verificou-se que quando se adotam duas fases para o concreto, imputou-se ao mesmo um erro, que é não levar em conta a zona de transição (interface entre a argamassa e o agregado). No entanto, essa influência não foi notada no presente estudo.

Para os referidos valores, os resultados foram satisfatórios, porém, ainda não é possível assegurar a confiabilidade dos modelos micromecânicos, uma vez que o estudo foi baseado em resultados experimentais oriundos de uma única dosagem e usando apenas um tipo de agregado graúdo (não houve variação no diâmetro máximo), sendo assim, é necessário calibrar mais os experimentos, variando o traço e a fração volumétrica da inclusão.



4. CONCLUSÕES

Esse trabalho mostrou claramente que alguns modelos micromecânicos que adotam duas fases, apesar de não considerarem à interface, geram bons resultados para o problema do material compósito concreto. É fato que se trata de um trabalho inicial, de modo que os resultados obtidos, principalmente como análise laboratorial, podem e devem ser melhorados para que respaldem a análise numérica.

Nessas circunstâncias, é importante salientar o grau de dificuldade empregado nas análises numéricas e principalmente nos experimentos laboratoriais, considerando que a pesquisa fora realizada por alunos do Ensino Técnico Integrado.

Novos experimentos serão realizados para ratificar os resultados obtidos, com mais amostras e mais traços. Caso comprove-se que os modelos sejam discrepantes, passarão a ser estudados modelos de 3 ou 4 fases para tratar o concreto.

AGRADECIMENTOS

Os autores deste trabalho agradecem ao fomento do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica e Tecnológica (PIBICT) do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), bem como ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Alagoas - Campus Palmeira dos Índios (IFAL/PIIn), pelo imenso apoio. Também queremos agradecer aos professores colaboradores, Dr. João Gilberto Teixeira Silva, MSc. Sheyla Karolina Justino Marques e MSc. Vinicius Dantas, cujas ajudas foram essenciais para a realização do estudo.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 10341**: Agregado graúdo para concreto - Determinação do módulo de deformação estático e do diagrama tensão-deformação em rocha matriz - Método de ensaio. Rio de Janeiro, 2006.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 13276**: Argamassa para assentamento e revestimento de paredes e tetos - Preparo da mistura e determinação do índice de consistência. Rio de Janeiro, 2005.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5738**: Concreto - Procedimento para moldagem e cura de corpos-de-prova. Rio de Janeiro, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5739**: Concreto - Ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos. Rio de Janeiro, 2007.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2007.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7211**: Agregados para concreto - Especificação. Rio de Janeiro, 2009.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8522**: Concreto - Determinação do módulo estático de elasticidade à compressão. Rio de Janeiro, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 9479**: Argamassa e concreto - Câmaras úmidas e tanques para cura de corpos-de-prova. Rio de Janeiro, 2006.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR NM 23**: Cimento portland e outros materiais em pó - Determinação da massa específica. Rio de Janeiro, 2001.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR NM 248**: Agregados - Determinação da composição granulométrica. Rio de Janeiro, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR NM 52**: Agregado miúdo - Determinação da massa específica e massa específica aparente. Rio de Janeiro, 2009.



ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR NM 53**: Agregado graúdo - Determinação da massa específica, massa específica aparente e absorção de água. Rio de Janeiro, 2009.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR NM 67**: Concreto - Determinação da consistência pelo abatimento do tronco de cone. Rio de Janeiro, 1998.

BENVENISTE, Y.: **A new approach to the application of Mori-Tanaka's theory in composite materials**. Mechanics of Material 6 147-157, 1987.

CAVALCANTE, R. D. B.: **Avaliação de Propriedades Elásticas Efetivas de Rochas com Cavidades Secas ou Saturadas**. Trabalho de Conclusão de Curso, Engenharia Civil, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2008.

CHRISTENSEN, R. M.; LO, K. H.: **Solutions for Effective Shear Properties in Three Phase Sphere and Cylinder Models**. Journal Mechanics Phis. Solids, Vol 27. pp. 315 330. Pergamon Press. Ltd, 1979.

HASHIN, Z.: **The differential scheme and its application to cracked materials**, J.Mech. Phys. Solids, Vol. 36, 719-734, 1988.

MONTEIRO, P.J. AND HASHIN, Z.: **An Inverse Method to Determine the Elastic Properties of the Interphase Between the Aggregate and the Cement Past**. Journal Cement and Concret Research, Vol 32 - pp1291-1300, 2002.

OTTOSEN, N.S.: **Evaluation of Concrete Cylinder Tests Using Finite Elements**, ASCE Journal of Engineering Mechanics, Vol. 110, No. EM-3, March, pp. 465-481, 1984.

WALPOLE, L.J.: **On the overall elastic moduli of composite materials**. J. Mech. Phys. Solids, Vol. 17, 235-251, 1969.

GONÇALVES, J. R. A.: **Caracterização dos Agregados Graúdos da Cidade do Rio de Janeiro e sua Utilização nos Concretos de Alta Resistência**. Dissertação de Mestrado, Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio de Janeiro (COPPE/UFRJ), 1996.

MAGALHÃES, A. G.; FRANÇA, E. P.; AGUILAR, M. T. P.; ALIXTO, J. M.; VASCONCELOS, W. L.: **A Influência de Agregados Graúdos de Diferentes Mineralogias nas Propriedades Mecânicas do Concreto de Alto Desempenho**. 17º CBECiMat - Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciência dos Materiais, Foz do Iguaçu, PR, Brasil, 2006.