

PROPOSTA METODOLÓGICA PARA O ENSINO DAS FUNÇÕES SENO E COSSENO

Cristiane Batista da Silva¹, Daniella Soares Brito², Juesley Fernandes de Souza³, Renata Gaspar da Costa⁴,
Aécio Alves Andrade⁵, Jarles Oliveira Silva Nolêto⁶.

¹Estudante do Curso Superior de Licenciatura em Matemática – IFTO. e-mail: <cristiaane.batista@gmail.com>

²Estudante do Curso Superior de Licenciatura em Matemática – IFTO. e-mail: <daniellas.brito4@gmail.com>

³Estudante do Curso Superior de Licenciatura em Matemática – IFTO. e-mail: <jwesley@live.com>

⁴Estudante do Curso Superior de Licenciatura em Matemática – IFMA. e-mail: <costagaspar@acad.ifma.edu>

⁵Docente do Curso Superior de Licenciatura em Matemática – IFTO. e-mail: <aecio@ifto.edu.br>

⁶Docente do Curso Superior de Licenciatura em Matemática – IFTO. e-mail: <jarles.noleto@ifto.edu.br>

Resumo: As Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação concedem uma gama de possibilidades para que o processo de ensino e aprendizagem possa ser aprimorado e, em especial, no âmbito da Matemática, já existem diversos *softwares* engajados em propiciar dinamismo no processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos que compõem esta disciplina. Deste modo, visando complementar o processo de ensino e aprendizagem das funções seno e cosseno, este trabalho objetiva desenvolver, através de uma abordagem qualitativa e mediante uso do *software* Winplot, atividades para serem desenvolvidas por alunos do ensino médio com a finalidade de investigar aspectos pertencentes às funções seno e cosseno. Assim, foram desenvolvidas três atividades para serem aplicadas através de tal software, na expectativa de que as mesmas contribuam tanto para o conhecimento do educando quanto para o conhecimento do docente.

Palavras-chave: ensino-aprendizagem; funções seno e cosseno; *software*

1 INTRODUÇÃO

As inovações tecnológicas tornam-se cada vez mais frequentes no dia-a-dia das pessoas, facilitando os seus afazeres. Existem, na educação, possibilidades de inserir as TDICs como uma ferramenta didática, de modo a contribuir com o processo de ensino e aprendizagem. Dentre essas possibilidades, está o uso de softwares educacionais. Um software educacional é um sistema computacional e interativo que possui a finalidade de proporcionar a autoaprendizagem.

O Winplot é um software desenvolvido por Richard Parris da *Phillips Exeter Academy* em New Hampshire, nos Estados Unidos, para fins matemáticos. Disponível desde, aproximadamente, 1985, o Winplot propicia ao usuário a construção e a visualização de gráficos de funções matemáticas em ambientes bidimensionais (2D) e tridimensionais (3D).

Escrito em linguagem C, chamava-se PLOT e rodava no antigo DOS. Mas, com o lançamento do Windows 3.1, ele passou a ser chamado de Winplot. Em 2001, surgiu a versão para o Windows 98, a qual foi escrita em linguagem C++. (PAIVA, 2016, p. 25)

O *download* e instalação do Winplot são simples, uma vez que o mesmo consiste em apenas um arquivo executável. O *software* funciona através do sistema operacional Windows, podendo também, mediante algumas manipulações, ser executado na plataforma Linux. Ocupa um espaço total de 1,86 MB, sendo este um fator de destaque, uma vez que cabe em um simples *pen drive*, proporcionando ao usuário mais comodidade e mobilidade, já que pode ser transportado e instalado

em outros computadores facilmente. Além disso, o *software* pode ser adquirido gratuitamente, já que o usuário não necessita realizar nenhum tipo de pagamento para obter sua licença. Tal fato agrega muitos pontos a este programa no que se refere à sua usabilidade em escolas públicas, uma vez que tais instituições muitas vezes carecem de recursos destinados a obtenção de softwares, sejam eles educativos ou não. Com uma interface amigável e apesar de requerer do usuário conhecimentos básicos acerca de seu manuseio, o software é relativamente simples de ser utilizado.

As principais vantagens dos recursos tecnológicos, em particular o uso de computadores, para o desenvolvimento do conceito de funções seriam, além do impacto positivo na motivação dos alunos, sua eficiência como ferramenta de manipulação simbólica, no traçado de gráficos e como instrumento facilitador das tarefas de resolução de problemas. A utilização de computadores no ensino provocaria, a médio e longo prazo, mudanças curriculares e de atitude profundas uma vez que, com o uso da tecnologia, os professores tenderiam a se concentrar mais nas ideias e conceitos e menos nos algoritmos. (RÊGO, 2000 apud SÁ; MACHADO, 2017, p. 1)

Dessa maneira, através do Winplot o professor pode trabalhar atividades de modo que o aluno possa encontrar soluções através de um novo método, aprendendo e desvendando conceitos durante este caminho. Assim, este trabalho objetiva apresentar uma proposta metodológica com a finalidade de complementar a aprendizagem acerca das funções seno e cosseno, bem como incentivar o uso de recursos tecnológicos no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

2 METODOLOGIA

Esta pesquisa é do tipo bibliográfico com abordagem qualitativa. Para atingir o objetivo estabelecido, realizou-se, inicialmente, uma busca acerca de questões de vestibular que contemplem as funções seno e cosseno. A escolha por questões de vestibular recorre do grande receio que os alunos possuem em relação às mesmas, considerando-as de difícil resolução e crendo que jamais conseguirão responde-las. Em seguida, tais questões são solucionadas geometricamente mediante o *software* Winplot, onde, em cada atividade, é explicitado o modo de solucionar as questões mediante o auxílio do Winplot, entretanto, esta solução é direcionada para o professor, para que compreenda a maneira de resolver geometricamente tal questão e, posteriormente, possa conduzir seus alunos na resolução da mesma.

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta sessão apresenta-se uma proposta, utilizando o *software* Winplot, para o processo de ensino e de aprendizagem das funções seno e cosseno no Ensino Médio. Tal proposta consiste em dez atividades que poderão ser desenvolvidos pelos alunos sob orientação do professor. As atividades, por sua vez, são questões de vestibulares que poderão ser solucionadas pelos alunos de maneira geométrica com o auxílio do Winplot.

3.1 Proposta de Atividade: Funções Seno e Cosseno Com o *Software* Winplot

OBJETIVOS

- Proporcionar ao discente uma aprendizagem dinâmica através das TDIC;
- Investigar, mediante o Winplot, alguns dos pontos importantes das funções seno e cosseno.

HABILIDADE

EM13MAT404 – Identificar as características fundamentais da função seno e cosseno (periodicidade, domínio, imagem), por meio da comparação das representações em ciclos trigonométricos e em planos cartesianos, com ou sem apoio de tecnologias digitais

DESENVOLVIMENTO METODOLÓGICO

- Inicialmente, os alunos serão instruídos à utilização do *software*, para que aprendam a manusear e inserir comandos no mesmo.
- Em seguida, as atividades serão repassadas aos alunos, uma por vez, de modo que eles as desenvolvam com auxílio do software e do professor até chegarem às respostas finais;
- Durante a realização de cada uma das atividades, realizar questionamentos aos alunos de modo a ajudar no raciocínio que levará às respostas dos exercícios e, após finalizar cada uma das atividades, realizar um *feedback* com os alunos, enfatizando e reforçando os conceitos trabalhados em cada atividade. O *feedback* é feito através de diálogo e questionamentos aos alunos, bem como esboços utilizando a lousa.

RECURSOS

- *Software* Winplot.

AVALIAÇÃO

- os estudantes serão avaliados conforme seu empenho na resolução das atividades, bem como em sua participação nos questionamentos efetuados pelo professor.

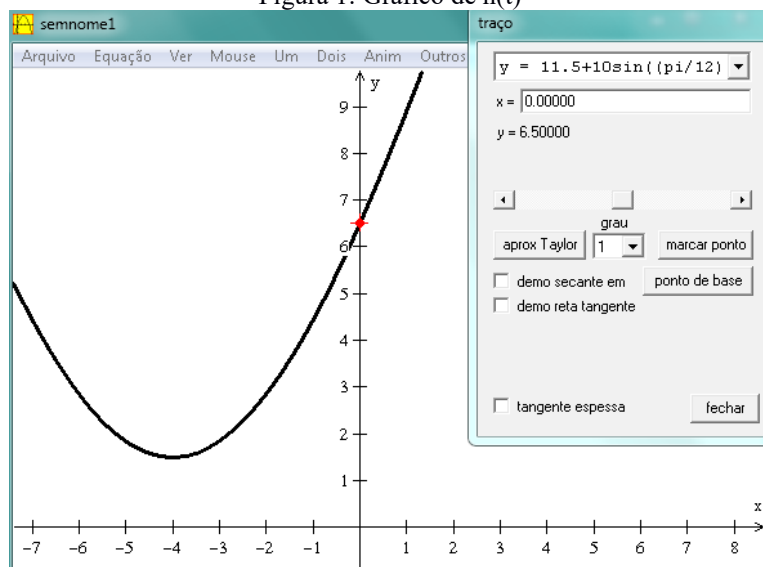
3.2.1 Atividade 01

(Vunesp) Do solo, você observa um amigo numa roda-gigante. A altura h , em metro, de seu amigo em relação ao solo é dada pela expressão $h(t) = 11,5 + 10 \operatorname{sen}\left[\frac{\pi}{12}(t - 26)\right]$, onde o tempo t é dado em segundo e a medida angular em radiano.

- a) Determine a altura em que seu amigo estava quando a roda começou a girar ($t=0$).
- b) Determine as alturas mínima e máxima que seu amigo alcança e o tempo gasto em uma volta completa (período).

Primeiramente, constrói-se, com o auxílio do Winplot, o gráfico de $h(t)$ (observe que se substituiu $t=x$, uma vez que as funções do Winplot, no ambiente 2-dim, são em função de x). O item a) da questão solicita a altura em que o amigo estava no instante $x=0$, isso equivale a encontrar o valor de $h(0)$, uma vez que a altura é dada pela função h . Através do gráfico de h plotado com ajuda do Winplot, é possível observar que a curva intercepta o eixo y em um determinado ponto, tal ponto é igual a $h(0)$ e, para encontrar exatamente o seu valor, basta acessar a opção Traço que é dada através do menu suspenso Um. Ao selecionar esta ferramenta, uma caixa de diálogo será aberta e, assim, basta que o usuário digite o valor desejado para x para que o software determine o valor de y . Desse modo, digita-se 0 em x e em seguida clica-se sob a opção "marcar ponto". Feito isso, o Winplot apontará, como ilustrado na Figura 1, o valor de y , ou seja, de $h(0)$, que é igual a 6,5. Logo, quando a rodagigante começou a girar, o amigo estava a uma altura de 6,5 metros.

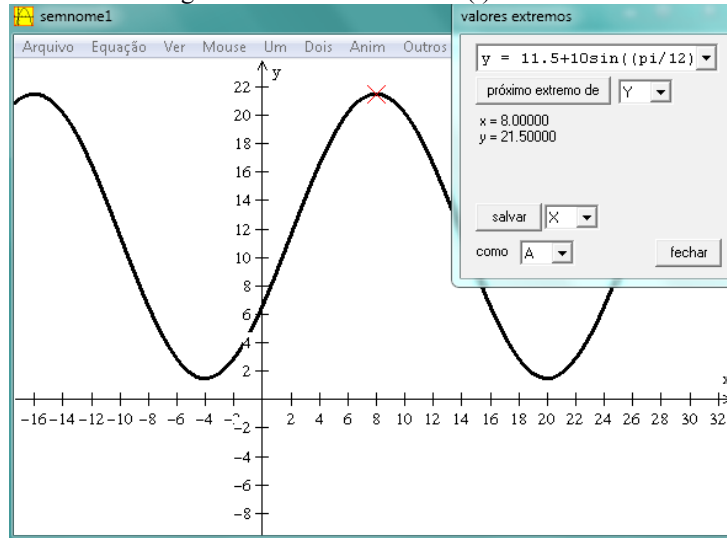
Figura 1: Gráfico de $h(t)$



Fonte: Autores

O item b) da questão solicita a altura mínima e máxima que o amigo alcançou. Para isso, utiliza-se da ferramenta Extremos que é dada pelo menu suspenso Um. Ao abrir a caixa de diálogo de tal ferramenta, o Winplot aponta com um X em vermelho os pontos extremos da curva, além de fornecer as coordenadas de tal ponto na caixa de diálogo. Observe, na Figura 2, que o extremo mínimo, ou seja o valor mínimo da curva é 1,5.

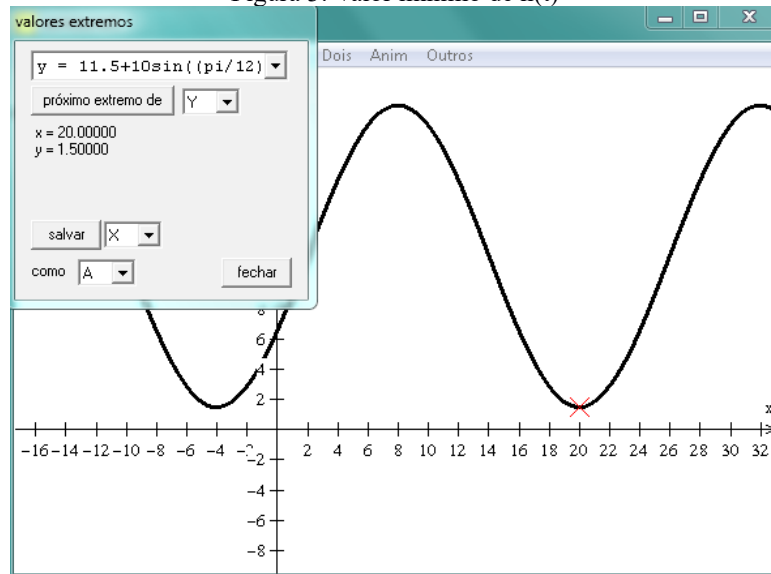
Figura 2: Valor máximo de $h(t)$



Fonte: Autores

Clicando sob a opção "próximo extremo de" o *software* aponta o valor máximo da curva que, como pode-se observar na Figura 3, é igual a 21,5.

Figura 3: Valor mínimo de $h(t)$



Fonte: Autores

Logo, a altura máxima que o amigo alcançou foi de 21,5 metros, quanto a altura mínima

alcançada foi de 1,5 metros. Sabemos que em funções do tipo $\sin(dx)$ o período p é dado por $\frac{2\pi}{|d|}$,

logo, em $h(t)$, o período da função é dado por: $\frac{2\pi}{\left|\frac{\pi}{12}\right|} = 2\pi \frac{12}{\pi} = 24 = p$. Portanto, o tempo gasto em

uma volta completa é de 24 segundos.

4.2.2 Atividade 02

(Vunesp) A temperatura, em grau Celsius ($^{\circ}\text{C}$), de uma câmara frigorífica, durante um dia completo,

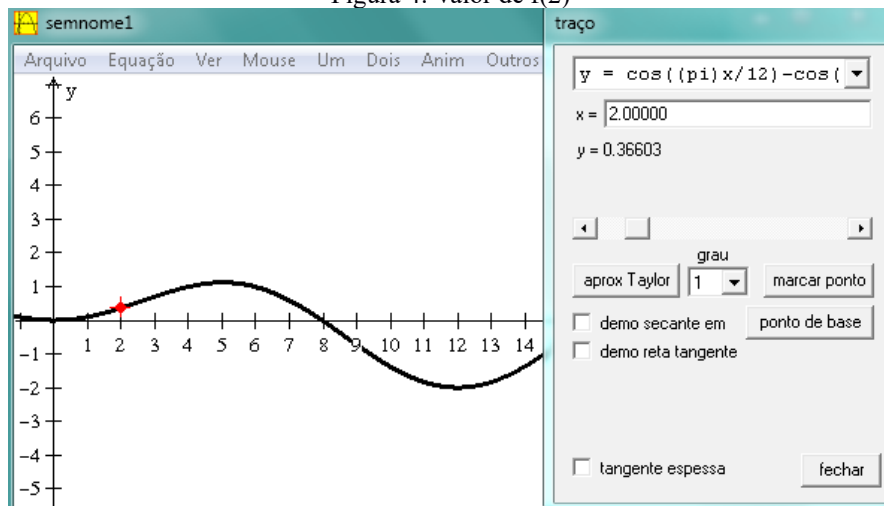
da 0 hora às 24 horas, é dada aproximadamente pela função $f(t) = \cos\left(\frac{\pi}{12}t\right) - \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$, $0 \leq t \leq 24$,

com t em horas. Determine:

- A temperatura da câmara frigorífica às 2 horas e às 9 horas (use as aproximações $\sqrt{2} = 1,4$ e $\sqrt{3} = 1,7$).
- Em quais horários do dia a temperatura atingiu 0° .

No item a) precisa-se determinar a temperatura da câmara às 2 horas e as 9 horas, ou seja, é solicitado ao aluno encontrar os valores de $f(2)$, e de $f(9)$. Desse modo, inicialmente, deve-se construir, no Winplot, a função f substituindo t por x , uma vez que no Winplot as funções são em função de x . Em seguida, para determinar os valores de $f(2)$ e de $f(9)$, basta utilizar a ferramenta Traço, contida no menu suspenso Um. Ao abrir a caixa de diálogo desta ferramenta, digita-se, no campo x , o número 2 e clicando, em seguida, sob "marcar ponto" para que o software encontre o respectivo valor de y , ou seja, de $f(2)$. Observe, na Figura 51, que quando $x = 2$ temos $y = 0,36603$, ou seja, às 2 horas a temperatura da câmara é, aproximadamente, 0,36 graus celsius.

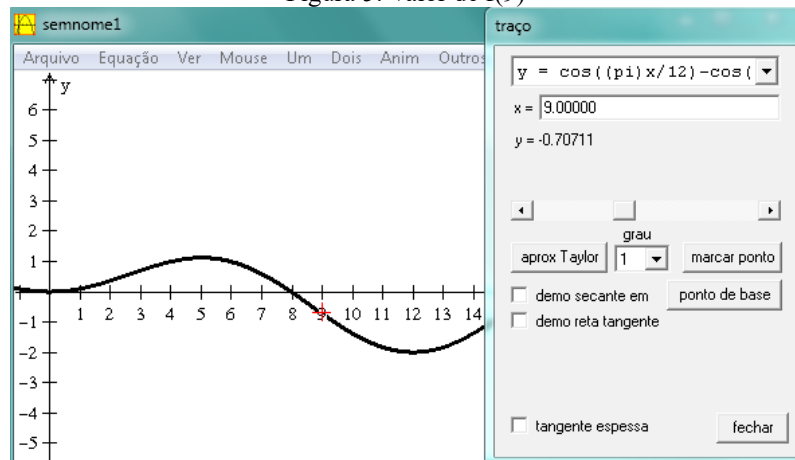
Figura 4: Valor de $f(2)$



Fonte: Autores

Agora, para determinar o valor de $f(9)$, repete-se o mesmo processo, digitando, no campo x , o número 9 e clicando, em seguida, sob a opção "marcar ponto" para que o Winplot encontre o respectivo valor de y ou seja de $f(9)$. Através da Figura 5, pode-se notar que quando $x=9$ temos $y=f(9)=-0,70711$. Assim, às 9 horas, a câmara atinge uma temperatura de cerca de -0,7 graus Celsius.

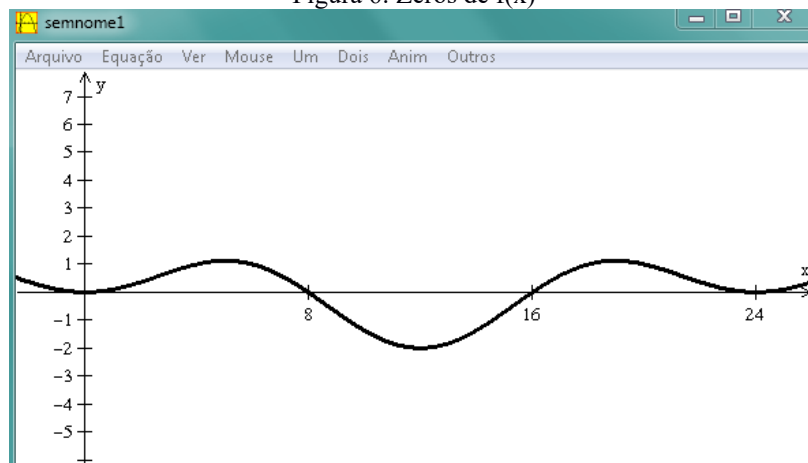
Figura 5: Valor de $f(9)$



Fonte: Autores

O item b) solicita ao aluno que encontre os horários do dia a qual a temperatura da câmara atingiu 0 graus, ou seja, os valores de t que satisfazem a equação $f(t) = 0$. É importante ressaltar que, por mais que a curva de f , no gráfico descrito pelo Winplot, toque o eixo x em diversos pontos, aqui, interessa-nos os pontos que estiverem dentro do intervalo $[0,24]$, uma vez que um dia completo possui 24 horas. Desse modo, pode-se utilizar da ferramenta Zeros, contida no menu suspenso Um, para determinar todos os zeros, ou pode-se, simplesmente, indagar os alunos a observarem na janela de visualizações os pontos em que a curva intercepta o eixo x .

Figura 6: Zeros de $f(x)$



Fonte: Autores

Através da Figura, que esboça o gráfico da função f no Winplot, nota-se que no intervalo $[0,24]$ a curva intercepta o eixo das abscissas em $x = 0$, $x = 8$, $x = 16$ e $x = 24$. Logo, a câmara atinge 0° às 0, 8, 16 e 24 horas.

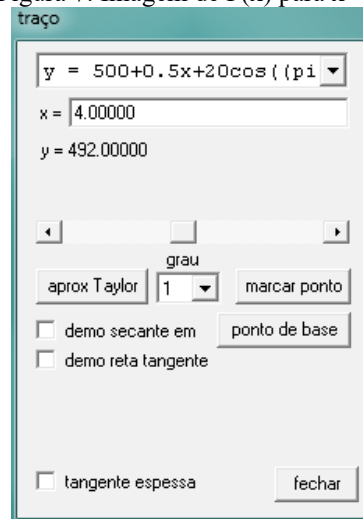
4.2.4 Atividade 03

(UFPE) O PIB (Produto Interno Bruto, que representa a soma das riquezas e dos serviços produzidos por uma nação) de certo país, no ano $2000+x$, é dado, em bilhões de dólares, por

$P(x) = 500 + 0,5x + 20 \cos \frac{x\pi}{6}$ onde x é um inteiro não negativo. Determine, em bilhões de dólares, o valor do PIB do país em 2004.

No ano de 2004, tem-se que $x=4$ logo, precisa-se observar o valor que a função P assume quando x é igual a 4. Após construir o gráfico de $P(x)$ no Winplot, pode-se usar a ferramenta Traço, contida no menu suspenso Um, para identificar o valor em questão.

Figura 7: Imagem de $P(x)$ para $x = 4$



Fonte: Autores

Assim, através da Figura, é possível notar que, quando $x=4$ tem-se $y=492$. Logo, no ano de 2004, o PIB foi de 492 bilhões de dólares.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

É perceptível que no ensino de funções mediado pelo *software*, os alunos não se restringem á meros cálculos e decoração de fórmulas, uma vez que este instrumento proporciona a visualização dos gráficos das funções e de seus grandiosos detalhes, que enriquecem o aprendizado. Além disso, os professores conseguem trabalhar com maior dinamicidade e economia de tempo, visto que o Winplot constrói rapidamente gráficos que muitas vezes exigem tempo e dedicação por parte dos professores para construí-los. Desse modo, espera-se que a atividade aqui apresentada contribua na aquisição do conhecimento tanto do educando quanto para o educador.

REFERÊNCIAS

RÊGO, R. G. Um estudo sobre a construção do conceito de função. Tese (Doutorado em Educação) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2000 apud SÁ, A. L. de; MACHADO, M. C. O uso do geogebra no estudo de funções. In: ENCONTRO VIRTUAL DE DOCUMENTAÇÃO EM SOFTWARE LIVRE E CONGRESSO INTERNACIONAL DE LINGUAGEM E TECNOLOGIA ONLINE. [S.l.], 2017.



PAIVA, M. A. B. Uma proposta de utilização do Winplot no ensino da função quadrática nas turmas do 9 ano. 81 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) — Universidade Federal do Tocantins, Palmas, 2016.