

A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NO ENSINO DE DERIVADAS DE FUNÇÕES

Renata Gaspar da Costal¹, Osvaldo Antônio Ribeiro Junior², Cristiane Batista da Silva³, Juesley Fernandes de Souza⁴, Daniella Soares Brito⁵, Aécio Alves Andrade⁶

¹Estudante do Curso de Licenciatura em Matemática– IFMA.e-mail: <costagaspar@acad.ifma.edu.br >

² Professor do Colégio Estadual Idalina de Paula. e-mail: <osvaldojuniorpso@gmail.com>

³Estudante do Curso de Licenciatura em Matemática– IFTO.e-mail:<cristiaane.batista@gmail.com>

⁴Estudante do Curso de Licenciatura em Matemática – IFTO.e-mail:<Jwesley@live.com>

⁵Estudante do Curso de Licenciatura em Matemática– IFTO.e-mail:<daniellas.brito4@gmail.com>

⁶Professor do Curso de Licenciatura em Matemática –IFTO Campus Paraíso do Tocantins. e-mail: <aecio@ifto.edu.br>

Resumo: O Cálculo Diferencial e Integral 1 é uma disciplina presente nos cursos de ciências exatas, sua ementa aborda conteúdos de limites, derivadas e integrais, a partir do momento que o aluno sente dificuldades no conceito de funções, o mesmo também sentirá dificuldades para compreender os outros dois tópicos seguintes. Esta pesquisa tem como foco o ensino de derivada de uma função utilizando a Teoria dos Registros de Representação Semiótica desenvolvida pelo filósofo e psicólogo francês Raymond Duval, como uma proposta metodológica buscando mostrar uma nova forma de ensinar funções. Esta pesquisa tem abordagem qualitativa do tipo pesquisa bibliográfica e quanto aos procedimentos técnicos é do tipo levantamento. Inicialmente foi realizado um resumo sobre a Teoria de Duval, onde sua teoria enfatiza a importância da linguagem e o uso de representações para atividades Matemáticas uma vez que os objetos matemáticos não estão diretamente acessíveis como os demais objetos de outras áreas, como por exemplo, a química. No segundo tópico é abordada sobre a definição de derivada de uma função e as dificuldades encontradas pelos alunos na aprendizagem da mesma, D’Avoglio elenca quais os principais pontos que trazem confusão para o discente. Por fim, no último tópico listam-se obras de alguns autores que trabalham com essa temática e trazem exemplos de questões envolvendo as transformações semióticas: conversões e tratamentos. Desta forma, pretende-se contribuir com a prática docente, difundindo não só a teoria Duvaliana, como também as pesquisas que utilizam essa teoria como proposta metodológica.

Palavras-chave: Teoria dos Registros de Representação Semiótica, Derivada de função, Transformação Semiótica

1 INTRODUÇÃO

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica foi desenvolvida pelo filósofo e psicólogo francês Raymond Duval, sua teoria enfatiza a importância da linguagem e o uso de representações para atividades Matemáticas uma vez que os objetos matemáticos não estão diretamente acessíveis à percepção ou à experiência intuitiva imediata, como são os objetos comumente ditos “reais” ou “físicos”. Duval (2012, p.268) afirma que “a distinção entre um objeto e sua representação é, portanto, um ponto estratégico para a compreensão da Matemática”. Definimos aqui como registro/sistema semiótico o sistema no qual é representado o objeto matemático e as maneiras típicas de representar um objeto matemático denominamos como registros de representações.

Na área da Matemática para ter acesso aos seus objetivos é necessário passar pela produção de representações semióticas (figuras, gráficos, escrituras simbólicas, língua natural etc), vale ressaltar que um mesmo objetivos pode ter vários registros e saber manipular esses registros é de fundamental importância para que os objetos não sejam confundidos com suas representações.

Duval (2018, p.08) relata que “o interesse principal da noção de registro é de permitir a análise da atividade Matemática a partir da distinção de dois grandes tipos de transformações semióticas: as

conversões e os tratamentos”. Faria (2017, p. 28) descreve que o tratamento é “uma transformação interna a um registro sem que haja mobilização de um novo sistema de representação”, enquanto que a conversão segundo Thiel (2013, p.62) “é uma transformação externa ao registro inicial (registro de representação a converter)”. Em outras palavras, trata-se da remodelagem externa ao registro a converter, conservando uma parte do conteúdo ou preservando-o em sua totalidade.

O objetivo desta pesquisa é propor uma metodologia de ensino de derivadas de funções, utilizando a Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

2 METODOLOGIA

Para o desenvolvimento deste trabalho, utilizaram-se os estudos de Duval. Esta pesquisa tem abordagem qualitativa do tipo pesquisa bibliográfica e quanto aos procedimentos técnicos é do tipo levantamento.

Esta pesquisa visa o estudo das aplicações do Cálculo diferencial e integral, cuja ementa aborda os conteúdos de limites, derivadas e integrais. Porém, abordou-se neste trabalho somente derivadas. Trata-se de uma proposta pedagógica para o ensino de derivadas buscando mostrar novos meios de representação desta, contribuindo não somente com a prática pedagógica, como também no processo de aquisição desse conteúdo.

A proposta de ensino propõe basicamente a utilização de gráficos, definições algébricas, definições simbólicas. A teoria de Duval afirma que se o professor souber ensinar o conteúdo de derivadas partindo de uma representação gráfica para a simbólica, ou da gráfica para a algébrica, ou da algébrica para a gráfica, ou seja, usando a Coordenação entre as representações. Quanto mais coordenações o professor usar em sala, mais os alunos serão beneficiados nos seus aprendizados.

Dessa forma, tanto professor quanto aluno pode usufruir desta pesquisa para a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral.

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Segundo Gonçalves e Reis (2013, p.421) “o conceito de derivada pode ser explorado a partir de diversos focos: derivada como um limite, como inclinação da reta tangente a uma curva em um ponto dado, além de situações que envolvem taxa de variação, máximos e mínimos”.

Nas palavras de Stewart (2009, p.133) a derivada é:

Figura 1 – Definição de derivada

4 **DEFINIÇÃO** A derivada de uma função f em um número a , denotada por $f'(a)$, é

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

se o limite existir.

Autor: Stewart (2009)

A derivada é um tópico pertencente à disciplina de Cálculo, seu conceito está presente em diversas situações, por isso é muito requisitada nos currículos de cursos superiores e considerada um dos conceitos fundamentais para o cálculo. Por outro lado, os alunos encontram dificuldades nesse assunto, uma possível falha no processo de aquisição desse conceito está ligada à incompreensão do assunto de limites, decorrentes do fato de a derivada ser um limite. Por outro lado, a maioria dos alunos não sente interesse no conteúdo por não conseguirem estabelecer uma relação entre este e as situações reais. À vista disso, Silva e Borges Neto (1994) afirmam que o ensino tende a ser mais significativo quando os professores reconhecem em que e de que pode ser aplicado o conteúdo. Os autores confirmam que:

Quando os alunos percebem que os conteúdos correspondem às suas expectativas, isto é, conseguem relacioná-los a prováveis situações reais a serem vivenciadas no futuro, quase sempre procuram assimilar os conhecimentos transmitidos e a desenvolver habilidades com maior rapidez. (SILVA; BORGES NETO, 1994, p. 4)

Assim, é tarefa do professor dialogar com os alunos a importância que a disciplina possui. Conforme Gonçalves e Reis (2013), o ensino de derivadas restringe-se apenas a aplicação das regras de derivação, regras estas que os alunos sentem-se obrigados a memorizar e o foco encontra-se apenas na resolução dos exercícios e quando o aluno se depara com uma situação-problema não sabe como resolver, pois não compreendeu de fato o conceito.

D'Avoglio (2002) após realizar um teste de sondagem com alunos do curso de Cálculo conseguiu identificar quais os pontos que os alunos mais confundem:

- a) **derivada com reta tangente,**
 - b) **derivada num ponto com a função derivada,**
 - c) **derivada com regra para se achar derivada,**
 - d) **reta tangente com coeficiente angular da reta tangente**
- e também, que muitos apresentam **dificuldade de expressão** (D'AVOGLIO, 2002, p. 27, grifos do autor).

3.1AS TRANSFORMAÇÕES SEMIÓTICAS NO ENSINO DE DERIVADAS

Consoante Gonçalves e Reis (2013) “se o aluno possui o domínio das diversas formas de representação de um objeto matemático, ele pode optar pelo mais adequado na resolução de um problema proposto”.

A seguir é exibido algumas formas de se representar de autores que trabalham a ideia de derivada através das transformações semióticas de tratamento e conversão.

Vaz e Laudares (2011, p.05) informam “as várias notações de derivada, isto é, o “tratamento” segundo Duval (2003), um tipo de registro de representação semiótica.” De fato, pois a derivada de uma função $y = f(x)$, pode ser representada também pelos símbolos: y' , dy/dx ou $f'(x)$. A derivada de uma função $f(x)$ no ponto x_0 é dada por:

Figura 2 – Notações para a derivada

$$f'(x) = y' = \frac{dy}{dx} = \frac{df}{dx} = \frac{d}{dx} f(x) = Df(x) = D_x f(x)$$

Autor: Stewart (2009)

Moretti, Ferraz e Ferreira (2008) exibem através de três representações quais são os critérios para que a derivada de uma função não exista, observe na figura 3 um desses critérios:

Figura 3 - Critérios para que a derivada de uma função não exista

Unidade básica gráfica	Unidade básica linguística	Unidade básica simbólica
	<p>Limites laterais em x_0 são diferentes</p> <p>Descontínua em x_0</p>	<p>$y'(x_0)$ não existe</p> $\lim_{x \rightarrow x_0^+} y \neq \lim_{x \rightarrow x_0^-} y$ <p>$y(x_0) \exists$</p>

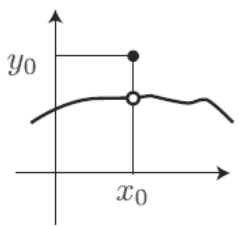
Fonte: Moretti, Ferraz e Ferreira (2008)

A derivada definida a partir do conceito de limite terá existência se os limites laterais existirem. O gráfico da figura 2 mostra um ponto de descontinuidade, algebricamente isso significa que os limites a seguir divergem:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \neq \lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

Observe agora na figura 4 o segundo critério:

Figura 4 - Critérios para que a derivada de uma função não exista

Unidade básica gráfica	Unidade básica linguística	Unidade básica simbólica
	Limites laterais em x_0 são iguais Descontínua em x_0	$y'(x_0)$ não existe $\lim_{x \rightarrow x_0^+} y = \lim_{x \rightarrow x_0^-} y \neq y(x_0)$

Fonte: Moretti, Ferraz e Ferreira (2008)

Através da figura 3 e da figura 4 podemos concluir que para a derivada de uma função existir em determinado ponto, nesse caso representado por x_0 , é necessário que os limites laterais existam e a função seja contínua nesse ponto.

Silva, Andrade e Azevedo (2013) elaboram uma situação-problema onde o objetivo é “definir a derivada de uma função em um ponto como a taxa de variação instantânea desta função neste ponto”. Segue na figura 5 a situação-problema:

Figura 5 – Exemplo de uma situação-problema envolvendo derivada de uma função

5) A velocidade escalar de um avião é dada segundo o gráfico abaixo:

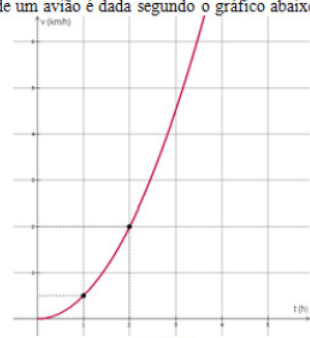


Gráfico 3

Vamos analisar o trecho em que $0 \leq t \leq 3$, sabendo que os pontos $(0;0)$, $(1;0,5)$ e $(2;2)$ pertencem ao gráfico acima e que a lei da função $v = f(t)$ é $v = \frac{1}{2}t^2$.

a) Considere uma função $f(x)$ qualquer e x_A e x_B dois elementos do seu domínio. O quociente:

$$T_{VM} = \frac{f(x_B) - f(x_A)}{x_B - x_A} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

é chamado de **taxa de variação média** entre x_A e x_B da função $f(x)$ em relação a x .

Determine a taxa de variação média da função $v=f(t)$ nos seguintes intervalos: $[1,3]$, $[1,2]$, $[1, \frac{3}{2}]$ e $[1, \frac{9}{8}]$.

b) Trace no Gráfico 3 as retas que passam pelos extremos dos intervalos do item a e nomeie a reta que passa por:

- $[1,3]$ de reta r
- $[1,2]$ de reta s
- $[1, \frac{3}{2}]$ de reta q
- $[1, \frac{9}{8}]$ de reta u

c) Determine o coeficiente angular das retas r , s , q e u .

d) Compare os resultados obtidos nos itens a e c. O que você conclui?

e) A diferença entre os extremos dos intervalos do item a se aproxima de que valor?

Fonte: Silva, Andrade e Azevedo (2013)

De acordo com Silva, Andrade e Azevedo (2013), o objetivo da questão na figura 5 é fazer os alunos perceberem a relação entre taxa de variação média e o coeficiente angular das retas que passam pelos extremos dos intervalos e fazê-los perceber que a diferença entre os extremos destes intervalos se aproxima de zero, fato necessário para a compreensão do conceito de taxa de variação instantânea.

Trata-se de uma atividade introdutória para conceituar a derivada como taxa de variação, para a realização dessa atividade o aluno precisa já ter estudado crescimento, decrescimento e taxa de variação de funções. As autoras aplicaram essa atividade a um grupo de alunos do 3º ano do ensino médio, com o intuito de mostrar que é possível trabalhar Cálculo no ensino médio se for abordado de forma apropriada e a metodologia está baseada na Resolução de Problemas. Para não fugir da realidade do aluno do ensino médio, buscou-se associar a taxa de variação aos conhecimentos da física. Silva, Andrade e Azevedo (2013) relatam que durante a aplicação dessa atividade os alunos apresentaram dificuldades, pois não compreendiam o que era solicitado pelo enunciado da questão e também pela ausência de domínio nos assuntos pré-requisitados.

Com essa proposta metodológica espera-se que os alunos possam conseguir articular as coordenações entre as representações semióticas no conteúdo de derivadas de funções. Espera-se que eles possam ter iniciativas de resoluções de questões de várias formas possíveis, além da forma algébrica. Espera-se ainda que ele planeje sua resolução de exercícios de forma que consiga articular pelo menos dois registros de representação semiótica.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O Cálculo Diferencial e Integral é um ramo da Matemática que é dedicado ao estudo de taxas de variação de grandezas. Para o aluno ter acesso a esse conhecimento é necessário ter domínio em assuntos tais como funções, geometria e trigonometria. Muitos alunos sentem dificuldades em compreender o tópico de Derivadas e isso está relacionado à maneira como é abordado essa temática que muitas das vezes restringe-se apenas ao uso das técnicas de derivação, sem entender o conceito. Assim, este material proporciona ao professor e aluno um suporte metodológico de aplicações no conceito de derivadas utilizando as transformações semióticas.

REFERÊNCIAS

DUVAL, Raymond; MORETTI, Trad. Méricles Thadeu. Como Analisar A Questão Crucial Da Compreensão Em Matemática? **Revemat**, Florianópolis, v. 13, n. 2, p.1-27, 2018.

DUVAL, Raymond; MORETTI, Trad. Méricles Thadeu. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. **Revemat**: revista eletrônica de educação matemática, [s.l.], v. 7, n. 2, p.266-297,

13 dez. 2012. Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). <http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p266>.

D'AVOGLIO, A. R. **Derivada de uma função num ponto**: uma forma significativa de introduzir o conceito. 2002. 91f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2002.

FARIA, Renata Aparecida de. **INTEGRAÇÃO MULTIMODAL E COORDENAÇÃO DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS EM ATIVIDADES DE FUNÇÃO DO 1º GRAU**. 2017. 121 f. Tese (Doutorado) - Curso de Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2017.

GONÇALVES, Daniele Cristina; REIS, Frederico da Silva. Atividades Investigativas de Aplicações das Derivadas Utilizando o GeoGebra. **Bolema**, Rio Claro, v. 27, n. 46, p.417-432, ago. 2013.

MORETTI, Méricles Thadeu; FERRAZ, Ademir Gomes; FERREIRA, Verônica Gitirana Gomes. Estudo da conversão de funções entre registros simbólicos e gráficos no ensino universitário. **Quadrante**, [s.i], v. 17, n. 2, p.97-122, 2008.

SILVA, Carolini Cunha; ANDRADE, Ana Paula Rangel de; AZEVEDO, Carmem Lúcia Vieira Rodrigues. O CÁLCULO NO ENSINO MÉDIO: AS TAXAS DE VARIAÇÃO E O CONCEITO DE DERIVADA. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, Não use números Romanos ou letras, use somente números Arábicos., 2013, Curitiba. **Anais...** . Curitiba: SBEM, 2013. p. 1 - 15.

SILVA, Jairo Fonseca; BORGES NETO, Hermínio. **Questões Básicas do Ensino do Cálculo**. Artigo Científico. Laboratório de Pesquisa Multimeios da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará, 1994.

STEWART, James. Cálculo: volume 1; tradução técnica Antonio Carlos Moretti, Antonio Carlos GilliMartins ; revisão técnica Helena Castro. -- São Paulo: Cengage Learning, 2009.

THIEL, Afrânio Austregésilo. **PRÁTICAS MATEMÁTICAS NO PLANO CARTESIANO: UM ESTUDO DA COORDENAÇÃO DE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO**. 2013. 235 f. Tese (Doutorado) - Curso de Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2013.

VAZ, Iêda do Carmo; LAUDARES, João Bosco. A ABORDAGEM DOS CONCEITOS DE LIMITE, DERIVADA E INTEGRAL POR PROFESSORES EM CURSOS DE ENGENHARIA. In: XXXIX CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA, Blumenau, 2011. p. 1 - 11.