Jornada de Iniciação Científica e Extensão
5ª JICE
Instituto Federal do Tocantins

ESTUDO DAS APLICAÇÕES DE LIMITES DE FUNÇÕES NA FÍSICO-QUÍMICA

Aécio Alves Andrade[1], Wendys Mendes da Silva[2]

[1]Especilista em Matemática e Estatística – IFTO. e-mail: aecio@ifto.edu.br
[2]Licencianda em Matemática - IFTO. Bolsistas do IFTO. e-mail: wey.mendes_@hotmail.com

Resumo: O Cálculo Diferencial e Integral é uma das ferramentas matemáticas mais importantes para o curso de Química e, em uma de suas diversas áreas, especificamente a físico-química, observa-se a frequente utilização do conceito de limite. Muito se ouve falar de ensino contextualizado e o que se percebe analisando os índices de reprovação na disciplina e em alguns depoimentos é a necessidade de aplicar os conhecimentos adquiridos em situações de problemas reais. Os alunos demonstram uma dificuldade geral em utilizar as ferramentas matemáticas com os conceitos químicos levando-os a um aprendizado superficial do Cálculo. Diante disso, o objetivo deste trabalho constitui-se em realizar um levantamento da utilização e aplicabilidade do conceito de Limites juntamente com uma proposta metodológica focada na contextualização com a disciplina.

Palavras–chave: ensino de cálculo; aplicabilidade; limites; química

1. INTRODUÇÃO

O Cálculo diferencial e integral surgiu a partir de problemas voltados para a física, mas com o decorrer do tempo, o aperfeiçoamento de diferentes aplicabilidades foram responsáveis para que o mesmo se tornasse fundamental na matriz curricular de vários cursos, deixando de ser abordado em matemática e física apenas. Hoje pode ser visto também em química, biologia e outras áreas do conhecimento.

Segundo Barufi (1999, p.3) o "Cálculo é uma ferramenta extremamente útil, pois a variação de grandezas e a necessidade de aproximações locais são uma problemática presente em praticamente todas as áreas do conhecimento." Sua ampla usabilidade se deve ao fato de que a derivada se aplica as taxas de variação em geral, e não só do movimento. Por exemplo, um químico pode utilizá-la para determinar a velocidade de uma reação a partir da inclinação obtida no gráfico (desenhando uma tangente em um ponto).

A Química é a ciência que estuda a matéria, as transformações químicas por ela sofridas e as variações de energia que acompanham estas transformações. Ela representa uma parte importante em todas as ciências naturais, básicas e aplicadas (BUENO et al., 2008, p.1). Muitos alunos, principalmente do curso de Química quando estudam cálculo diferencial e integral, na maioria das vezes são condicionados a desenvolver apenas a habilidade em lidar com os cálculos em sua forma pura, no entanto não conseguem contextualiza-los nas disciplinas específicas de seu curso, onde depende dos conhecimentos de cálculo diferencial e integral para sua devida compreensão.

Conceitos básicos como átomos, elétrons, energia e propriedades físicas da matéria são estudadas pela área da química conhecida como Físico-química (ATKINS, 2009). Esta disciplina é conhecida por seu alto índice de reprovação e de evasão, nos mais variados cursos (SAD, 1998, p.10). A partir desse alto nível de reprovação os alunos são levados a uma expectativa negativa em relação a disciplina, tornando- os mais propensos à reprovação.

> A fim de minimizar o insucesso na construção do conhecimento, a saída muitas vezes adotada, é a de privilegiar a aplicação do cálculo, apresentando um grande número de problemas e exercícios, muitas vezes repetitivos, onde o aluno acaba memorizando, de alguma forma, o processo de resolução.

> Nesse sentido, reduz-se a ideia, o conceito, ao algoritmo, e sobra aquela eterna pergunta dos estudantes, não respondida e "odiada" pelos professores. Para que serve isso? (BARUFI, 1999. p.162).

Para Piaget (1975), aprender e gostar de matemática não está condicionado unicamente a ter afinidade ou habilidade mas sim a maneira como tem sido sua convivência com a disciplina, ou com a maneira que foi ensinado

O Objetivo desta trabalho foi levantar a utilização do Cálculo Diferencial e Integral, especificamente a aplicabilidade de limites de funções para a área da Físico - Química, juntamente com uma proposta metodológica focada na contextualização desta disciplina no Curso Superior de Química.

2. METODOLOGIA

Para o desenvolvimento deste trabalho, utilizou-se os estudos de Rodrigues (2007) e Pádua (2004). A natureza desta pesquisa é qualitativa, de caráter exploratório e bibliográfico, e quanto aos procedimentos técnicos é do tipo levantamento.

Esta pesquisa visa o estudo das aplicações do Cálculo diferencial e integral, cuja ementa aborda os conteúdos de limites, derivadas e integrais. Porém, abordou-se neste trabalho somente limites de funções, onde definiu-se os principais termos, mostrou-se suas aplicações na Físico-Química. E simultaneamente mostrou-se uma proposta metodológica para ser apresentada no ensino de Cálculo para alunos de Química

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

O cálculo é um ramo extremamente rico da matemática, com um grande número de aplicações, como a plotagem de curvas, a otimização de funções, a análise de taxas de variação e a determinação de áreas, volumes e probabilidades. O que o faz tão grandioso e o distingue da Álgebra é a noção de limite (HOFFMANN, 2010 p.49).

A noção de limite e fundamental no início do estudo de Cálculo Diferencial e Integral. O conceito de limite inicialmente pode ser compreendido de forma intuitivamente química.

Dentro da Físico- Química pode-se destacar alguns conteúdos que utilizam com frequência conceitos de limites de funções, são eles: Teoria estática das mudanças de fases; Gases Ideais (Lei de Avogrado, Lei de Boyle, Lei de Charles); Gases Reais; Calor de Solução; Fator de Compressibilidade; Volume de Gases; Calorimetria e Sistema de Gases.

3.1 Definição intuitiva de limite.

De uma maneira geral, calcular um limite é buscar compreender de que maneira uma função f (x) se comporta quando o argumento x se aproxima de um determinado número a. Seja f(x) definida em um intervalo aberto em volta de x0 exceto talvez em x0. Se f(x) fica arbitrariamente próximo de L, para todos os valores de x suficientemente próximos de x0, dizemos que f tem limite L quando x tende a x0 e representa-se da seguinte maneira:

$$\lim_{x \to x_o} f(x) = L$$

Por exemplo, podemos nos aproximar do zero absoluto, a uma temperatura Ta na qual não existe nenhuma agitação molecular, mas jamais alcança-lo. Na físico-química pode-se construir uma noção desse conceito quando se aborda, por exemplo, o fator de compressibilidade.

3.2 O Fator de Compressibilidade

Se as medidas de pressão, volume molar e temperatura de um gás não confirmam a relação pV = RT, dentro da precisão das medidas, dizemos que o gás desvia-se da idealidade ou que exibe um comportamento não-ideal (CASTELLAN, 2010 p.34). O desvio de comportamento em relação a um gás perfeito deve ser estimado a partir de seu fator de compressibilidade (Z), que se estabelece a partir da relação entre o volume molar observado V (pV), e o volume molar ideal V ideal (= RT/p) posta em função de p a uma temperatura constante:

$$Z = \frac{V}{V_{ideal}} = \frac{pV}{RT}$$

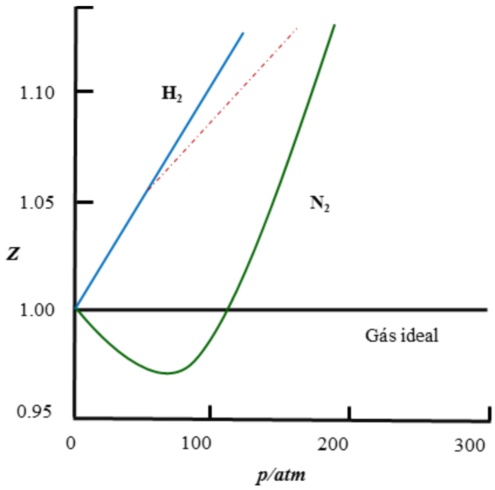
Para um gás ideal, Z=1, assim os desvios de Z em relação a 1 são uma medida de quanto um gás real se afasta do comportamento perfeito (ATKINS, 2009, p.27). Para os gases reais,

$$Z = Z(T,p)$$

é uma função tanto da pressão como da temperatura (CASTELLAN, 2010 p.34).

A figura 2 mostra o fator de compressibilidade Z em função da pressão à 0°C de dois gases reais e um ideal. A partir do gráfico verifica-se que na medida em que a pressão de um gás tende a zero, seu comportamento perante alterações em suas propriedades de estado, aproximam-se da idealidade.

Figura 02: Gráfico de Z contra p para o H_2, N_2 e para o gás ideal a 0°C



Fonte: Adaptação – (CASTELLAN, 2010, p.34)

Segundo Mesquita Filho (2014), Z é maior (comparado à compressibilidade de um gás ideal Z = 1) para o hidrogênio em todas as pressões. Para o nitrogênio Z é menor em pressões baixas e maiores em altas pressões. Observa-se também que quando próximo a 1atmosfera (atm) tanto o nitrogênio quanto o hidrogênio se comportam de maneira ideal.

Sempre que Z tende a 1, o comportamento do gás tende ao ideal. Diante dessas observações é possível definir o gás ideal como sendo o limite para o qual tende o gás real, quando Z tende para 1. De forma simbólica pode se simbolizar esse limite de forma análoga à expressão matemática do seguinte modo:

$$\text{Gás ideal} = \lim_{Z \to 1} (\textit{gás}\ \text{real})$$

A partir da definição de Z, pode-se escrever (síntese da lei geral dos gases):

$$\lim_{Z\to 1}\frac{PV}{nT}=R$$

A lei de Boyle discute um caso particular, em que n e T, sendo constantes, não influência diretamente o resultado do limite, podendo ser posto em evidencia:

$$\lim_{Z\to 1}\frac{PV}{nT}=\frac{1}{nT}\quad\Rightarrow\quad\lim_{Z\to 1}PV=R$$

Onde: P é a pressão; V é o volume; n é o número de mols, T é a temperatura e R a constante dos gases perfeitos.

Para a lei de Charles, onde posteriormente mostrou que a constante C é uma função d temperatura obter-se-ia:

$$\lim_{Z\to 1}\frac{V}{T}=C$$

Onde: V é o volume; T é a temperatura e C é a constante (função da temperatura).

De maneira semelhante a representação para a lei de Avogadro poderia assumir a seguinte forma:

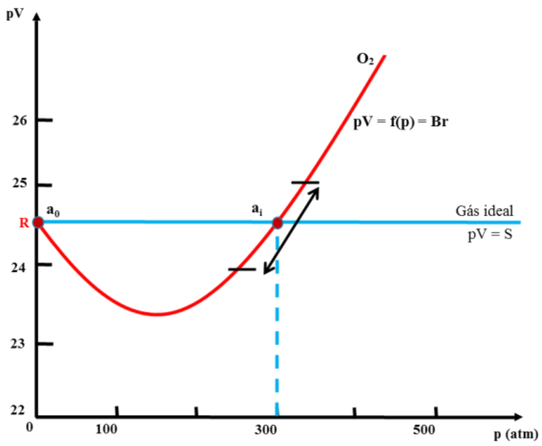
$$\lim_{Z\to 1}\frac{V}{n}=A$$

Onde: V é o volume; n é o número de mols e A o número de Avogadro.

A Figura 2 mostra o comportamento do oxigênio, num gráfico p versus pV ou pV = f(p) , em condições de T e n constantes (T = 300K e n = 1 mol).

Existem duas regiões do gráfico, vizinhanças de A (p 0) e de A (p i) o i = = e de Ai (p = i), para as quais o comportamento do oxigênio a 300K aproxima-se do comportamento do gás ideal e, portanto, da obediência à lei de Boyle (MESQUITA FILHO (2014).

Figura 02: Gráfico pV = f(p) para hélio e o oxigênio a T = 300K e n =1 mol.



Fonte: (MESQUITA, 1984)

3.3 Definição formal de limite de funções

A ideia de limite pode ser estudada em sistemas simples da Química, em reações especificas, em aparelhos avançados de análise, dentre várias situações cotidianas de um profissional da Química.

Dada uma vizinhança qualquer de um ponto A(a, b) qualquer do gráfico, corresponderá a essa, uma vizinhança Va de a no eixo de p e uma vizinhança Vb de b no eixo de Br. "Se para qualquer vizinhança Vb de b, por menor que ela seja, existir sempre em correspondência uma vizinhança Va de a, de tal forma que para todo p pertencente a Va e pa, o valor correspondente de Br pertencer a Vb , pode- se constar que:

$$b = \lim_{p \to a} f(p)$$

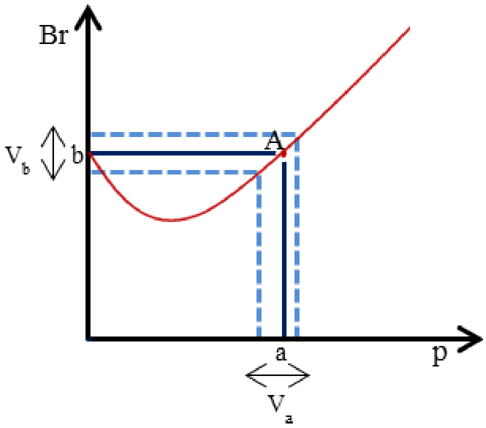
ou seja, o limite de p no caso $\mathrm{Br} = f(p)$ para p tendendo a a é igual a ab. No caso em especial de Ai da figura 3, temos:

$$\lim_{p \to i} B_R = B$$

e como $p \to i$ é equivalente a $Z \to 1$, e $B_R = pV$, assim podemos escrever:

$$\lim_{Z \to 1} pV = B$$

Figura 03: Gráfico de $B_R = f(p)$



Fonte: (MESQUITA FILHO, 2014).

O mesmo raciocínio pode ser efetuado para o ponto Ao da figura 2 levando a:

$$\lim_{p \to 0^+} pV = B$$

em que $p \to 0^+$ o fato de p ser sempre positivo, ou seja, fisicamente p somente tende a zero pela direita do gráfico (MESQUITA FILHO, 2014).

O aprender propriamente dito implica em instituir significado aos conhecimentos adquiridos, muitas vezes os alunos aprendem a memorizar não apenas aprendem.

Para Ambrosio (1999, p.1) o problema maior do ensino de ciências e matemática é o fato das mesmas serem apresentadas de forma desinteressante, obsoleta e inútil, e isso dói para o jovem.

Por toda essa severidade que é exigida pela matemática, a compreensão de conceitos abstratos e seu uso em áreas restritas como na química é comprometida, pois essas operações são propostas de uma forma mais isolada (matematicamente pura).

> No caso específico do Cálculo Diferencial e Integral, trata-lo de forma desconexa às outras disciplinas do curso, sem contextualização, torna o aprendizado cansativo e sem propósitos. Alie-se a esse fato a forma desestimulante com que muitos professores da disciplina ministram seus cursos, apresentando problemas prontos e acabados que exigem do aluno apenas a aplicação de alguma técnica previamente decorada ou memorizada e não o raciocínio crítico em torno do problema que está sendo proposto, eliminando do processo de ensino-aprendizagem um fator fundamental: a criatividade e o prazer. (MÁXIMO, 2004.p.9)

O não domínio do cálculo diferencial e integral afeta a habilidade dos alunos de graduação em conseguir usá-los na resolução de exercícios que exigem noções mínimas.

6. CONCLUSÕES

O Cálculo Diferencial e Integral é um dos conceitos mais antigos de que se tem conhecimento. São tarefas fundamentais do professor: atualizar metodologias de ensino, simplificar e contextualiza-las de modo que os alunos possam perpetuar os conceitos adquiridos e não apenas absorve-los superficialmente.

Ao decorrer desta pesquisa percebeu-se a dificuldade em encontrar materiais que pudessem ajudar alunos e professores a relacionar os conceitos de cálculo na físico-química. Proporcionar ao aluno um material, onde ele possa fixar melhor suas ideias sobre, sempre relacionando-as à sua área, pois esta é imprescindível para sua boa formação.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos a agência de fomento PIBIC-IFTO *Campus* Paraíso que proporcionaram a realização deste trabalho.

REFERÊNCIAS

ATKINS, Peter William. **Físico-química: fundamentos.** Editora LTC (Livros Técnicos e Científicos). 3º edição. Rio de Janeiro – RJ, 2009.

BARUFI, M. C. B. **A construção de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral**. Tese de Doutorado em Educação. Faculdade de Educação. USP. São Paulo, 1999.

BUENO, L.. et al. **O Ensino de Química por meio de atividades experimentais: a realidade do ensino nas escolas**. In: SEGUNDO ENCONTRO DO NÚCLEO DE ENSINO DE PRESIDENTE PRUDENTE, 2008, São Paulo. Anais eletrônicos... Disponível em:< http://www.unesp.br/prograd/ENNEP/ Trabalhos em pdf - Encontro de Ensino/T4.pdf> Acesso em: 14 jun. 2014.

CASTELLAN, Guilbert William. **Fundamentos de físico-química.** Editora LTC (Livros Técnicos e Científicos). 1º edição. Rio de Janeiro – RJ, 2010.

D'AMBROSIO, U. (1999). **Informática, Ciências e Matemática . Série Informática na Educação do Programa Salto para o Futuro – Proinfo**. MEC. Brasília- DF 1999.

HOFFMANN, Laurence. **Cálculo: um curso moderno e suas aplicações**. Editora LTC (Livros Técnicos e Científicos). 10º edição. Rio de Janeiro – RJ, 2010.

MÁXIMO, Geovane C. MURTA, Jorge Luiz. **Cálculo Diferencial e Integral nos Cursos de Engenharia da UFOP: Estratégias e Desafios no Ensino Aprendizagem.** COBENGE: Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia. Brasilia DF, 2004.

MESQUITA FILHO, A. **Introdução à físico-química das soluções.** Disponível em: < http://ecientificocultural.com/ECC3/solu03.htm> Acesso em: 03 jul. 2014.

PADUA, Elisabete Matallo M. de. **Metodologia de pesquisa: abordagem teórico-prática** 13ªed, Papirus Editora, 2004.

PIAGET, J. (1975). **Psicologia e Pedagogia**. São Paulo: Forense.

SAD, L. A. **Cálculo Diferencial e Integral: uma abordagem epistemológica de alguns aspectos**. Tese de Doutorado (em Educação Matemática) apresentada na Universidade Estadual Paulista - UNESP, Rio Claro, 1998.

RODRIGUES, William Costa, **Metodologia Cientifica, FAETEC/IST: Paracambi**, 2007.Disponível em: http://www.ebras.bio.br/autor/aulas/metodologia_cientifica.pdf. Acesso em: 07 mai. 2014.