

ANÁLISE DE ERROS DE MATEMÁTICA: uma análise das respostas dos calouros do curso de licenciatura em computação

Albano Dias Pereira Filho¹, Marcos Antonio Silva², Adriano de Souza Freitas³

¹Professor (IFTO Campus Porto Nacional) - Mestre em Ensino de Ciências e Matemática . E-mail: albano.filho@ifto.edu.br

²Estudante do Curso de Segurança do Trabalho– IFTO – Campus Porto Nacional. E-mail: neutricolorpaulista@hotmail.com

³Professor (IFTO Campus Porto Nacional) - Especialização em Língua Portuguesa. E-mail: adriano.freitas@ifto.edu.br

Resumo: Este artigo apresenta os tipos de equívocos mais frequentes na disciplina de Matemática cometidos por alunos calouros do curso de licenciatura em computação do Instituto Federal do Tocantins- Campus Porto Nacional – TO. A pesquisa se baseia em Cury (2007), que trabalha com um importante instrumento de viabilização do conhecimento. O trabalho é também baseado na abordagem segundo a tipologia de Movshoit-Hadar et al. (1987) que trata das dificuldades relacionadas com os procedimentos na resolução das questões. Os equívocos analisados constam em um teste inicial e de uma prova institucional aplicada normalmente no semestre letivo da unidade de ensino. Com as respostas obtidas, os erros foram analisados e categorizados, permitindo assim adotar procedimentos específicos de modo a evitar a ocorrência destes, possibilitando que deficiências sejam trabalhadas para as turmas do curso licenciatura em computação. Os resultados obtidos, além de indicarem soluções para a elaboração de possíveis estratégias de ensino, foram capazes de fornecer aos próprios professores, a possibilidade de uma reflexão quanto à metodologia de ensino adotada, oportunizando ao educador adotar a análise de erros no processo diário de ensino da disciplina. Infere-se que a análise de erros é um instrumento diagnóstico para orientar o docente na sua ação pedagógica no sentido não de evitá-los, porém sim de utilizá-los como possibilidade de reestruturação de ideias e construção de conhecimentos.

Palavras-chave: matemática, análise de erros, licenciatura em computação.

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho apresentará os resultados de uma pesquisa realizada durante um semestre letivo. Foram analisados os tipos de erros mais frequentes na Matemática, cometidos por calouros do curso de Licenciatura em Computação do Instituto Federal do Tocantins, *Campus* de Porto Nacional – TO.

A importância dos erros como instrumento de viabilização do conhecimento será baseada segundo a tipologia de (MOVSHOIT-HADAR, 1987) que trata das dificuldades relacionadas com os procedimentos na resolução das questões.

Os erros investigados foram adquiridos através de respostas, obviamente, após aplicação de um teste inicial e uma prova institucional, aplicada normalmente no semestre letivo da unidade de ensino.

Com as respostas alcançadas, os erros foram analisados e categorizados, permitindo assim adotar procedimentos específicos, de modo a evitar a ocorrência destes, possibilitando que deficiências sejam trabalhadas para futuras melhorias disseminação dos conteúdos nas turmas do curso de Licenciatura em Computação. O estudo de erros no curto prazo será trabalhado com o objetivo solucionador dos problemas encontrados, em prazo elástico. É possível trabalhar as principais dificuldades detectadas, para que assim, ele (o erro) possa ser considerado uma ferramenta que subsidiará a minimização dos equívocos recorrentes.

Segundo (PINTO, 2000), no processo de ensino e aprendizagem, o erro pode contribuir positivamente, desde que seja modificada por parte do educador, a atitude de condenação ao

aluno como se esse fosse o único culpado pelo erro, tomando-se uma postura de tratamento preventivo dos mesmos. Ainda segundo a autora, os erros podem constituir caminhos importantes para se inserir novas metodologias no ensino da Matemática, em outras palavras, o erro serve de ferramenta avaliativa cuja importância é substancial para melhorias na metodologia de ensino.

Pereira Filho (2012) defende que os processos que deram origem aos erros devem também ser considerados, uma vez que, na aquisição do conhecimento, a resposta considerada errada pode conter processos de elaboração mais sofisticados do que uma resposta certa. Além disso, é através do estudo dos processos que deram origem às respostas que se consegue reconhecer e avaliar a complexidade e sofisticação do pensamento

Segundo (RADATZ, 1980), Os erros dos estudantes no ensino de matemática não são simplesmente um resultado de ignorância e acidentes situacionais. A maioria destes erros não é devido à incerteza, à desatenção, ou unicamente às situações condicionais como foram assumidos no início da teoria Educacional do Behaviorismo, Ou melhor, os erros dos discentes podem ser resultados ou produtos da experiência prévia na aula de Matemática.

Neste contexto, o presente trabalho tem como objetivo geral: investigar e analisar os erros cometidos na resolução de problemas de matemática por alunos do curso de Licenciatura em Computação do IFTO, campus Porto; identificar as dificuldades que os levaram a cometer tais erros e as possíveis formas de utilizá-los na reconstrução de conhecimentos próprios da disciplina.

Quanto aos objetivos específicos da investigação sobre a análise de erros em problemas de matemática, tem-se o intuito de:

- Identificar, categorizar e analisar erros cometidos na realização de atividades de matemática;
- Investigar a natureza das dificuldades em matemática que levam os estudantes a cometer erros.
- Desenvolver atividades capazes de promover análise crítica dos erros cometidos como forma de contribuir para o processo de apropriação de conhecimentos da disciplina.

2. MATERIAL E MÉTODOS

Para a categorização dos dados da pesquisa, utilizou o modelo de Movshovitz-Hadae que se apresenta focado na manifestação operacional do erro, e não na sua causa.

O modelo de Movshovitz-Hadae classifica o erro nas seguintes categorias:

Código A – Consideramos nesta categoria os erros relacionados à discrepância entre os dados do problema e a forma como foram utilizados, ou seja, o aluno retira os dados do problema, mas os utiliza de forma incorreta.

Código B – Nesta classe, estão os erros que se relacionam à tradução incorreta dos itens de uma para outra linguagem.

Código C – Nesta categoria, são incluídos os erros que se relacionam com raciocínios falaciosos, como, por exemplo, tirar conclusões inválidas de um conjunto de dados do problema.

Código D – Esta classificação inclui os erros que se relacionam às definições ou propriedades que não se aplicam no caso, como o uso da propriedade distributiva para uma operação que não goza dessa propriedade. Ou seja, distorções na utilização de definições ou teoremas.

Código E – Neste caso, conforme os autores, “cada passo dado pelo aluno avaliado está correto em si, mas o resultado final, da forma como é apresentado, não é a solução para o problema proposto”. Em geral, isso acontece pelo fato de que o estudante não verifica a solução encontrada.

Código F – Nesta classe, estão incluídos os erros computacionais, como os de manipulação algébrica e os que envolvem o uso de algoritmos. Erros técnicos, erros de procedimentos passo

a passo, na retirada de informações de tabelas e até mesmo na manipulação de símbolos algébricos elementares.

A pesquisa foi efetuada no universo de 35 alunos, sendo todos matriculados na disciplina matemática que é oferecida no 1º período do curso de Licenciatura em Computação no ano 2013 no IFTO, Campus Porto. Para a coleta dos dados utilizou-se dos seguintes instrumentos: um teste inicial e uma prova. Já para análise dos dados observou-se os erros cometidos pelos aprendizes em suas respostas, optando pelas informações através de registro em escrito, desta forma o trabalho seguiu uma abordagem qualitativa na categorização destes dados.

Os instrumentos de investigação constituíram de um pré-teste (chamado T) com conteúdos de conjuntos numéricos e trigonométricos, para uma percepção de suas condições quanto à resolução de atividades da natureza do estudo (uma avaliação institucional (A1)), seguiu-se o calendário acadêmico da disciplina em questão com seus conteúdos de: relações, funções, limites de funções e funções contínuas e derivadas.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A análise das respostas dos alunos tem por objetivo trazer, tanto para o professor quanto para o aluno, a possibilidade de entender como acontece a construção do saber para cada indivíduo. Os erros coletados foram vistos como uma oportunidade de esclarecer e não para punir os estudantes, isto é, numa perspectiva diagnóstica, utilizando uma estratégia de ensino significativo.

Nesta ótica, o papel do erro, se tratado de forma adequada, analisado e trabalhado, pode passar a ser protagonista da construção de melhorias do rendimento dos alunos e conseqüentemente da qualidade do ensino. Assim, a identificação dos erros constitui-se em importante ferramenta para diagnosticar, identificar e corrigir as principais causas das dificuldades surgidas no processo de ensino e de aprendizagem.

3.1 Alguns erros cometidos durante a aplicação do teste inicial.

$$\frac{7x + 3}{x} = \frac{7\cancel{x} + 3}{\cancel{x}} = 7 + 3 = 10$$

$$\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4x + 6} = \frac{\cancel{x^2} - 5x + 6}{\cancel{x^2} - 4x + 6} = \frac{-5\cancel{x}}{-4\cancel{x}} = \frac{5}{4} = 1,25$$

Os alunos não observaram que, para cancelar algo do numerador com algo do denominador, eles devem aparecer como fatores, e não como parcelas.

Alguns erros, tais como confundir;

$$(-5)^2 = (-5)x(-5) = 25 \neq -5^2 = -25$$

e

$$\sqrt[2]{3^2 + 4^2} = 3 + 4 = 7$$

Com relação a este último erro, propomos a investigação, quando

$$\sqrt[2]{a^2 + b^2} = a + b?$$

Depois de algumas discussões:

Resposta do aluno Z: “se a ou b, forem iguais a zero a resposta dá certo”.

Tivemos ainda erros com relação à soma de frações;

Resposta do aluno Y: “professor sei que está errado, pois os números são diferentes, como pode ser um?”

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{2} = \frac{5}{5} = 1$$

Essa questão também se apresentou com muita dificuldade para a turma.

Uma pessoa gasta 1/4 do dinheiro que tem e, em seguida, 2/3 do que lhe resta, ficando com R\$ 350,00. Quanto tinha inicialmente?

$$\frac{1x}{4} + \frac{2x}{3} + 350 = x$$

Resposta da maioria:

$$\frac{3x}{12} + \frac{8x}{12} + \frac{4200}{12} = \frac{12x}{12} = 11x + 4200 = 12x \rightarrow 12x - 11x = 4200, x = 4200$$

Figura 1 - Classificação dos erros cometidos no Teste Inicial

Tipo de erros	Frequência	Comentários
A	19%	Quanto à resolução das questões que classificamos os erros nesta categoria, verificamos que os estudantes interpretaram as informações dos problemas, mas empregaram-nas erroneamente.
B	32%	Os acadêmicos tiveram dificuldades na interpretação do problema, ou seja, não compreenderam o que foi pedido na questão ou compreenderam em partes. Embora tenham apresentado, também, deficiências nas operações básicas de Matemática, classificados como erros técnicos, considera-se que a deficiência na interpretação dos dados se sobrepõe, optando-se em classificar os erros em código B
C	13%	Nesta categoria, são incluídos os erros que se relacionam com raciocínios falaciosos, por exemplo, fazer analogia com soluções semelhantes à do problema que estão resolvendo.
D	15%	Os erros desta categoria são respostas que os alunos mostraram desconhecer o método correto de resolução, cometendo distorções na utilização de propriedades do conjunto dos números reais.
F	21%	Com relação às respostas destes alunos, encontramos apenas erros técnicos de manipulação algébrica e consequentemente erros nas operações elementares da matemática.

Fonte: dados da pesquisa

3.2 Alguns erros cometidos durante a aplicação do teste inicial.

O instrumento aqui analisado faz parte da primeira verificação do aprendizado da disciplina de Matemática, ou seja, a primeira avaliação institucional (A1), aplicada de acordo com o calendário acadêmico e plano de Ensino do IFTO. A avaliação foi aplicada em 2013, na sala onde acontecem as aulas semanais da disciplina, com duração máxima permitida de 3,5 horas. Participaram dessa avaliação 30 acadêmicos.

Figura 2 - Questão 3 da Avaliação A1

Represente graficamente cada função $y = f(x)$. Determine seu domínio e sua imagem.

a) $f(x) = x^2 - 6x + 8$

b) $f(x) = \text{sen}(x)$

Fonte: Dados da Pesquisa

As respostas dos alunos revelaram que eles conheciam o comportamento do gráfico da função, traçando corretamente os pontos de intersecção (2,0), (3,0) (obtidos a partir da determinação das raízes) e (0,6), o qual corresponde à intersecção com o eixo y e refere-se ao termo independente na representação algébrica da função. Além disso, reconheceu corretamente a função como sendo quadrática com concavidade voltada para cima; por outro lado, não determinou as coordenadas do vértice da parábola, o que não permitiu estabelecer o conjunto imagem.

Destacaram-se também erros relacionados, ao momento que o aluno conhece os métodos de resolução e os conceitos de domínio e imagem da função *seno* e até mesmo o efeito do módulo sobre a função (no âmbito da representação gráfica). No entanto, na parte final, no momento de descrever o comportamento do gráfico, realiza analogia com a função modular, $f(x) = |x|$

Ligando os pontos com segmentos de reta.

Figura 3- Classificação dos erros cometidos na Avaliação Institucional N1

Tipos de erros	Frequências Relativas (%)	Comentários
F	22	Os alunos responderam a letra <i>a</i> , apresentando dificuldades de operações básicas da matemática, já que efetuou a operação de subtração antes da multiplicação, um erro considerado grave para um aluno de nível superior. A letra <i>b</i> foi deixada em branco.
D	52	Os alunos cometeram erros relacionados a falácias, inferências ou informações indevidas, pois ignoraram o módulo e consideraram como imagem todos os números reais, ou seja, erro de definição.
C	26	Os alunos mostraram na resolução que conheciam o domínio e a imagem; por outro lado, fizeram analogia com as funções modulares, pois descreveram o comportamento da função através de retas, ou seja, erro de falsa generalização.

Fonte: Dados da pesquisa

3.3 Alguns erros cometidos durante a aplicação da Avaliação A2.

Figura 6- questão 4 da avaliação A1

Questão 6: Determine:

a. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

b. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2}$

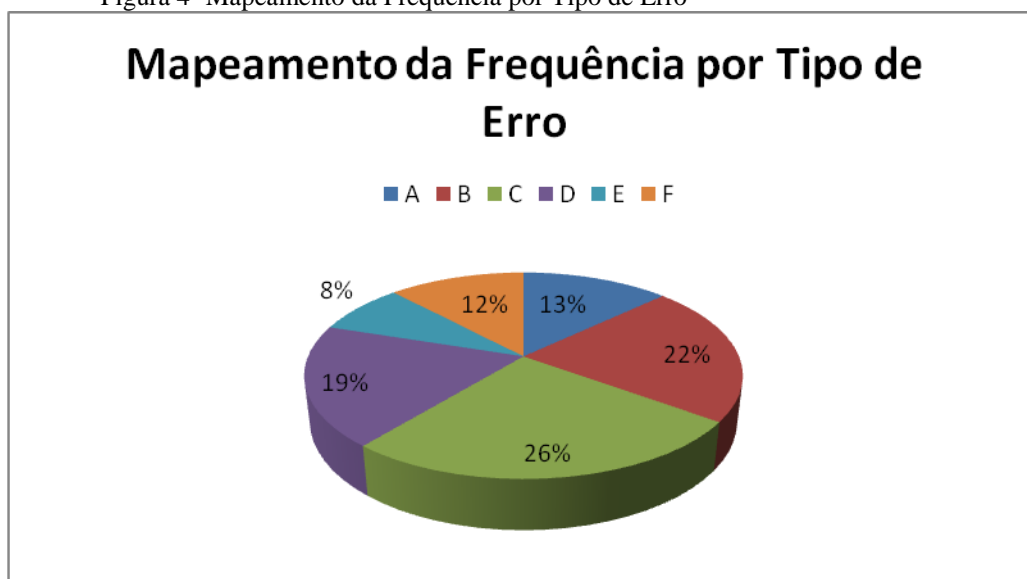
Fonte: Dados da pesquisa.

Todos os erros desta questão foram categorizados como do tipo C. Classificação obtida, devido ao conceito equivocado dos alunos em relação à indeterminação de fração (0/0), e às dificuldades relacionadas à divisão de polinômios. Os estudantes efetuaram corretamente a divisão de polinômios de grau 2, não obstante, não conseguiram desenvolver os polinômios de grau 3, ou seja, a questão foi resolvida em parte, com interpretação correta dos dados, no entanto, não souberam utilizá-los corretamente, fazendo assim inferências lógicas inválidas.

Os alunos conseguiram desenvolver de maneira correta o item *a* da questão, todavia, no desenvolvimento da letra *b*, houve falsa generalização na resposta, pois os estudantes aplicaram o produto da soma pela diferença nos dois itens resolvidos, o que se considerou como erro do tipo C.

O Instituto de Avaliação e Desenvolvimento Educacional- INADE (2011) afirma que a importância do estudo de funções polinomiais não está restrita às áreas da Matemática, mas também tem sua aplicação em diversas áreas do conhecimento, por exemplo, na elaboração de modelos que descrevam algum fenômeno real que, da mesma forma, se faz necessário o conhecimento de tal conteúdo matemático. Esses modelos podem abranger desde assuntos relacionados à saúde e à engenharia até mesmo as pautas relacionadas à economia e agricultura.

Figura 4- Mapeamento da Frequência por Tipo de Erro



Fonte: Dados da pesquisa.

Conforme ilustrado no gráfico acima, a soma das frequências dos três tipos de erros mais cometidos resulta em 63%, distribuídos em linguagem mal interpretada (erro tipo B, 22%), inferência lógica inválida (erro tipo C, 26%), aliada à definição distorcida do teorema (erro tipo D, 19%).

Considera-se que as dificuldades dos estudantes estão relacionadas principalmente à interpretação dos dados de um problema, à leitura e interpretação de gráficos e tabelas, bem como ao desenvolvimento de atividades algébricas na regras e propriedades.

4. CONCLUSÕES

Os erros nas ciências e, especificamente, na matemática não é algo novo. (RICO, 1997) Considera que, historicamente, as teorias e seu desenvolvimento foram feitas por erros e depois destes, os acertos.

Através de análise dos dados foi constatado que o alunato pesquisado não domina as habilidades esperada para o trabalho com a unidade curricular Matemática, principalmente, no que diz respeito a desenvolver atividades algébricas baseadas em regras.

Entendemos que os resultados obtidos, além de sinalizarem oportunidades para a elaboração de estratégias de ensino, foram capazes de fornecer aos próprios professores a possibilidade de uma reflexão quanto à metodologia de ensino adotada, oportunizando ao educador adotar a análise de erros no processo diário de ensino de suas disciplinas.

Destaca-se, também, que os resultados da investigação foram discutidos entre os professores de matemática, como forma de contribuir para o aprimoramento do processo de ensino e de aprendizagem da disciplina de Matemática na Instituição.

Hoje, no IFTO campus Porto, encontra-se em funcionamento o projeto de extensão “Nivelamento de Matemática”. Para que assim os estudantes calouros possam tirar suas duvidas em outro horário e não somente nas horas das aulas.

Por fim, esperamos que a conclusão do presente trabalho não significasse a finalização do processo iniciado com a sua realização. O estudo realizado serviu para transformar em convicção o que, até então, era uma suposição: um olhar investigativo para os erros que os alunos cometem e a análise dos mesmos, no contexto do conteúdo que está sendo trabalhado, pode contribuir de maneira decisiva para uma maior compreensão do processo de apropriação do conhecimento por parte dos estudantes, o que também pode orientar de maneira mais qualificada o trabalho do professor.

REFERÊNCIAS

- BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1979.
- CURY, Helena Noronha. **Análise de erros**: o que podemos aprender com as repostas dos alunos. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.
- PEREIRA FILHO, Albano Dias. **Análise de erros produzidos por estudantes de um curso de engenharia civil na disciplina de cálculo Diferencial e integral I**. 2012. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Luterana do Brasil, ULBRA: Rio Grande do Sul, 2012.
- INADE – **Sistemas de Resultados**. Disponível em:
< <http://www.institutoinade.com.br/home/> > Acesso em mar. 2013.
- MOVSHOVITZ-HADAR, Nitsa. et al. An empirical classification model for errors in high school mathematics. **Journal for Research in Mathematics Education**, v.18, n.1, p.3-14, 1987.
- PINTO, Neuza Bertoni. **O Erro como Estratégia Didática**: Estudo do erro no ensino da matemática elementar. Campinas-SP: Papirus, 2000.
- RADATZ, Hendrik. Student's Errors in the mathematical learning process: a survey. **For the Learning of Problems**. vol. 10, n. 1, p. 16-20, 1980.



RICO, Luis. Errores y dificultades em El aprendizaje de lãs matemáticas. In: KILPATRICK, J.; GOMES, P.; RICO, L. (Orgs.) **Educación matemática**. Colômbia: Grupo Editorial Iberoamérica, 1995, p. 69-108.