

O ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL MÉTRICA UTILIZANDO MATERIAIS CONCRETOS: construção de materiais alternativos

Aécio Alves Andrade¹, Wendys Mendes da Silva²

¹Professor MSc. em Agroenergia do *Campus* Paraíso do Tocantins – IFTO. e-mail: aecio@ifto.edu.br

²Licencianda em Matemática – IFTO. e-mail: wendys.mendes.silva@gmail.com

Resumo: Novas estratégias e metodologias vêm sendo aperfeiçoadas na matemática, com o objetivo de facilitar o processo de ensino-aprendizagem, bem como dar sentido aos conteúdos ministrados em sala de aula. Desenvolver competências, hábitos e automatismos práticos, é objetivo fundamental da educação e papel fundamental do professor. O estudo da geometria assume uma função importante no desenvolvimento social e científico na vida de um educando quando ministrada de maneira interdisciplinar. A abordagem do ensino da geometria quando ministrada de modo abstrato, e sem nenhum cunho prático desfavorece fatores essenciais como a percepção, a linguagem e o raciocínio geométrico. Ao manipular objetos, o aluno passa a ter mais confiança e domínio sobre o conjunto de requisitos mentais e físicos básicos para o desenvolvimento dos conceitos geométricos. A metodologia utilizada neste estudo possui caráter científico, os métodos foram caracterizados como uma pesquisa exploratória com abordagem qualitativa. Neste estudo foi proposto a construção de materiais e a descrição minuciosa dos passos para que docentes e discentes possam reproduzir posteriormente, possibilitando que os atores do processo educacional possam interagir com a matemática de forma mais prática. Em suma, baseado em pesquisas nacionais e no presente estudo, considera-se indispensável a utilização de materiais concretos nas aulas de geometria espacial em todos os níveis de ensino.

Palavras-chave: ensino e aprendizagem, geometria espacial, materiais concretos

1. INTRODUÇÃO

A educação pode ser considerada como sendo um processo cognitivo e social, formado através da descoberta, observação, exploração e formação do conhecimento.

O método utilizado no desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem é a peça principal na mudança do conhecimento formal e sistematizado. Ensinar requer uma didática eficiente, que em conjunto com uma metodologia adequada poderá apresentar esse conhecimento ao aluno de maneira estimulante, formativa e eficiente (MACHADO, 2010).

No processo de ensino-aprendizagem de Matemática tem-se verificado dificuldades no aprendizado de conteúdo, onde o processo de construção do saber não é abordado de maneira intuitiva, tornando-se mecânico, dificultando a abstração dos conceitos formais e as relações deles com o meio em que vivem. Para Freitas (2013), o ensino da geometria contribui para o processo de abstração e sistematização das relações percebidas no cotidiano, favorecendo a articulação entre o intuitivo e o formal.

O ensino de geometria espacial surgiu no currículo escolar de nosso país a partir de 1930. Conforme explana Muller e Nehring (2006), antes desse período, a geometria, álgebra, aritmética e trigonometria eram disciplinas isoladas e tratadas de modo fragmentado nos cursos primário e secundário. No século XX, um fato relevante e marcante na história da educação matemática repercutiu intensamente no ensino da geometria no Brasil, que segundo Meneses (2007), acentuou as dificuldades no ensino de geometria, foi o movimento da matemática moderna. Este movimento centrava o estudo da matemática a partir da teoria dos conjuntos. No Brasil isso resultou em abandono impactante no ensino de geometria e uma defasagem na formação dos professores. Para Pavanello (1993, p.8), o tratamento dado a geometria é puramente abstrato, sem qualquer preocupação com as aplicações práticas. Os livros utilizados também desenvolvem cada assunto progressiva e sistemati-

camente como um todo, sem procurar estabelecer qualquer relação dos diferentes ramos da matemática.

O ensino da geometria quando ministrado de modo abstrato, e sem nenhum cunho prático desfavorece fatores essenciais como a percepção, a linguagem e o raciocínio geométrico.

A utilização de materiais manipuláveis (material concreto), nas aulas de geometria espacial, favorece em inúmeros aspectos, dentre eles pode-se destacar a motivação do aluno ao observar as aulas, a obtenção de conhecimento por intermédio dos próprios sentidos (propiciando a autonomia na construção do conhecimento científico). Assim, busca-se sair da rotina das transposições didáticas expositivas tornando as aulas mais participativas e conseqüentemente interessantes para os estudantes.

O obstáculo no ensino da geometria espacial consiste fundamentalmente em trabalhar a tridimensionalidade através do livro didático. Não é interessante que essa geometria seja desenvolvida apenas na bidimensionalidade. "Conseguir fazer com que o aluno saia do mundo (MONTEIRO, 2013 p. 45)".

A utilização de materiais concretos estimula a criatividade e o interesse dos discentes oportunizando-os a estabelecerem relações entre a teoria vista em sala de aula e as aplicações práticas observadas em seu cotidiano.

Diante das pesquisas realizadas, foram propostas construções e análises didático-pedagógicas de materiais concretos direcionados ao ensino e aprendizagem da geometria espacial métrica. As abordagens metodológicas utilizando os materiais confeccionados podem proporcionar ao discente uma aprendizagem significativa, dinâmica, participativa e efetiva, e ao docente o aperfeiçoamento de sua prática pedagógica.

2. MATERIAL E MÉTODOS

Esta pesquisa tem caráter científico, possui o intuito de construir materiais para que novas metodologias para o ensino da geometria espacial com aplicação na educação básica possam ser desenvolvidas, utilizando materiais concretos de baixo custo. Em relação aos objetivos, os métodos foram caracterizados como uma pesquisa exploratória. Quanto à forma de abordagem, a mesma será obtida através de pesquisa qualitativa, onde a interpretação dos fenômenos e a designação dos significados será o ponto mais importante do processo.

Neste sentido as fontes bibliográficas se baseiam em estudos análogos ao pretendido. No desenvolvimento das metodologias com a utilização de materiais concretos, haverá uma adaptação e fundamentação em metodologias como as de Nascimento (2013), Silva (2013); Versa e Souza (2015).

Na primeira etapa do estudo, foi realizada a construção de materiais concretos alternativos para o ensino e aprendizagem da geometria espacial, posteriormente realizou-se uma avaliação dos materiais confeccionados observando os seguintes aspectos nas análises didático-pedagógicas:

- Questão orçamentária;
- Utilização total ou parcial em um conteúdo;
- A utilização contempla quais séries da educação básica?
- O uso é individual ou coletivo?
- É de fácil manuseio?
- É necessário instrução para o uso? O material confeccionado é auto-instrutivo?
- O produto é atrativo ao público alvo?
- O material construído possui resistência para o dia a dia da sala de aula?
- O produto oferece riscos à saúde dos alunos? Quais os possíveis riscos?
- O produto necessita de eletricidade para funcionamento?

- O produto explora o conhecimento matemático dentro da realidade do aluno, a fim de ele compreenda a matemática como parte de sua vida cotidiana?
- O produto valoriza a troca de experiências entre os alunos e o trabalho cooperativo?
- A utilização do produto valoriza diferentes formas e compreensão na resolução de situações-problema?
- Expõe situações onde a criança valoriza e usa a linguagem matemática para expressar-se com clareza e precisão?
- O produto valoriza o progresso pessoal do aluno e do grupo?

Almeja-se que o fruto deste estudo sirva de suporte para os profissionais da educação básica da disciplina de matemática, na busca de novas perspectivas quanto à integração de teoria e métodos pedagógicos inovadores e eficientes, mostrando-lhes possibilidades alternativas para o ensino da geometria espacial.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção, serão apresentados dois kits que foram construídos manualmente com materiais de baixo custo.

3.1 *Kit* de sólidos geométricos construídos com papel cartão e acabamento com cola branca e jornal

O conjunto de Sólidos geométricos pode ser confeccionado com material alternativo, com pouco recurso monetário. É confeccionado com papel cartão, jornal e cola; através de moldes pode - se construir uma infinidade de formas espaciais. Esse recurso oferece boa resistência e durabilidade adquirida através da cola e jornal, conforme mostra a figura 01.



Figura 01 - Conjunto de sólidos geométricos confeccionado com papel cartão e jornal.
Fonte: Autor.

O conjunto de sólidos geométricos, obtidos através de moldes e construídos com papel cartão, pode ser feito com diferentes acabamentos. Este kit surge como uma alternativa mais acessível monetariamente para substituir o uso do conjunto de sólidos geométricos em acrílico disponível no mercado educacional conforme ilustra a figura 02.

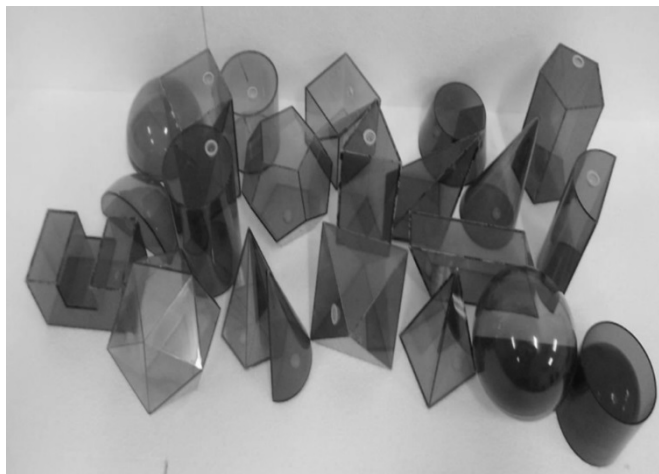


Figura 02 - Parte do conjunto de sólidos geométricos em acrílico.

Fonte: Autor.

3.2 Kit de sólidos geométricos construídos com hastes de madeira e esferas maciças de poliestireno expandido

Este *kit* de sólidos de Platão, como apresenta a figura 03, possibilita a visão tridimensional dos sólidos, este é ideal para trabalhar conteúdo específico e conceitos como vértice, aresta e face. Sua utilização é bastante indicada no ensino de poliedros.

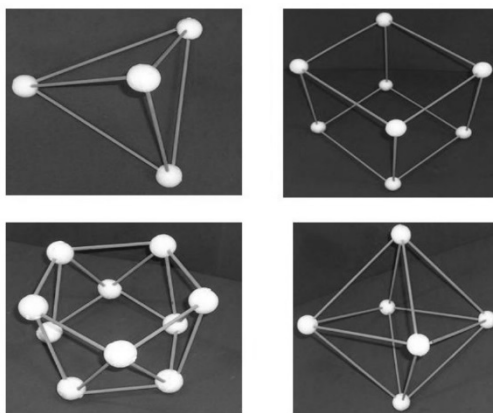


Figura 03- Conjunto com parte dos sólidos de Platão confeccionados com haste de madeira e esferas maciças de poliestireno.

Fonte: Autor.

3.2 Análise didático – Kit de sólidos geométricos construídos com papel cartão e acabamento com cola branca e jornal

O *Kit* de sólidos geométricos com acabamento em jornal possui rigidez e alta resistência. Possui baixo custo e pode ser utilizado em todos os anos da educação básica. A construção a partir da planificação permite precisão nas dimensões dos sólidos requeridos pelo conteúdo da disciplina. O manuseio não requer nenhuma instrução prévia, o uso permite o desenvolvimento de atividades coletivas e individuais sem ocasionar nenhum tipo de risco aos discentes.

Os conhecimentos geométricos são utilizados em todos os momentos no processo de construção e/ou utilização destes sólidos possibilitando concomitantemente uma abordagem

contextualizada promovendo a troca de experiências entre os alunos e o uso da linguagem matemática para expressar - se com clareza e precisão.

Este *kit* pode ser utilizado na abordagem de diferentes conteúdos, pois possibilita a construção dos mais variados prismas, pirâmides, cones, cilindro e os sólidos de Platão. Sugere - se que as atividades se baseiem em construções com valores pré-determinados para que o aluno possa exercitar seu aprendizado. Dessa forma, o professor pode determinar o volume de um sólido e pedir que os discentes o construam, identificando o valor das outras variáveis envolvidas no cálculo do volume.

O estudo dos sólidos de Platão é ideal para a utilização deste material construído com jornais, destaca-se o uso em séries onde ocorre uma abordagem introdutória sobre o mesmo e ainda possibilita abordagens mais completas para cálculos de volumes, áreas e perímetros. Concomitantemente é importante que nestas series seja relacionado a estes sólidos curiosidades e fatos históricos. Esta técnica como as demais supracitadas, permite a construção de uma diversidade de outros sólidos geométricos como prismas, pirâmides dentre outros.

A troca de experiências entre os alunos e o trabalho cooperativo é valorizada através da utilização deste *kit*. A perspectiva dos alunos, quanto à resolução de situações problemas, é otimizada durante as aulas com manipulação deste *kit*. No entanto as atividades desenvolvidas baseadas na utilização deste *kit* devem ser supervisionadas, pois os materiais utilizados na confecção podem oferecer riscos aos educandos se não utilizadas medidas de segurança com os materiais.

O valor comercial deste *kit* é de baixo custo. A customização o torna atrativo, pois permite a personalização das cores e dimensões. O *kit* pode ser de uso individual e coletivo e possui baixa resistência.

3.2 Análise didático - Kit de sólidos geométricos construído com hastes de madeira e esferas de poliestireno expandido

Este *kit* de sólidos geométricos é ideal para o estudo dos sólidos de Platão em séries onde ocorre uma abordagem introdutória sobre o mesmo. Concomitantemente é importante que nestas series seja relacionado a estes sólidos curiosidades e fatos históricos. Esta técnica como as demais supracitadas permite a construção de uma diversidade de outros sólidos geométricos como prismas, pirâmides dentre outros.

O uso deste material valoriza a troca de experiências entre os alunos e o trabalho cooperativo de modo natural. A perspectiva dos alunos, quanto a resolução de situações problemas, é otimizada durante as aulas com manipulação deste *kit*. No entanto as atividades desenvolvidas baseadas na utilização deste *kit* devem ser supervisionadas, pois os materiais utilizados na confecção podem oferecer riscos aos educandos se não utilizadas medidas de segurança com os materiais.

O valor comercial deste *kit* é de baixo custo. A customização o torna atrativo, pois permite a personalização das cores e dimensões. O *kit* pode ser de uso individual e coletivo e possui baixa resistência.

3.3 PASSO A PASSO DAS CONSTRUÇÕES REALIZADAS

Os passos da construção do conjunto de sólidos geométricos a partir da forma planificada, em acabamento com jornal, estão evidenciados e mostrados na Figura 04.

Materiais: Papel cartão; Cola branca; Tesoura; Régua; Caneta; Pincel; Jornal; Moldes da planificação dos sólidos regulares de Platão.

Método de Construção:

Passo 1 - Construir moldes em papel cartão da forma planificada dos sólidos regulares de Platão

que se pretende construir (Tetraedro, Hexaedro, Octaedro, dodecaedro e Icosaedro). Nesta construção foram utilizados os moldes disponíveis no LABEM.

Passo 2 – Realizar a colagem, até que forme o sólido.

Passo 3 – Picotar o jornal em pequenos pedaços, sem necessidade de seguir um padrão de dimensão.

Passo 4 – Passar finas camadas de cola branca com pincel e preencher com o jornal picotado, até que preencha todas as faces do sólido. Repetir esse passo por cinco vezes (para aumentar rigidez).

Passo 5 – Esperar no mínimo por 3 horas para secagem completa da cola branca.

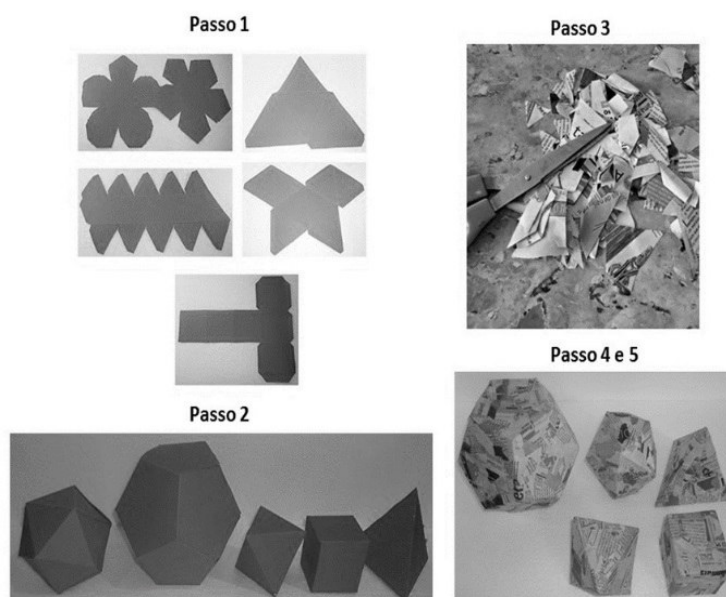


Figura 04 - Passo a Passo - Construção do de conjunto de sólidos de Platão a partir da forma planificada com acabamento com jornal.

Fonte: Autor.

Para a construção de alguns sólidos regulares de Platão com hastes de madeira e esferas de poliestireno expandido, foram utilizados diversos materiais listados abaixo e mostrados na Figura 05.

Materiais: Estilete, Espeto de com hastes de madeira (palito de churrasco), Esferas maciças de poliestireno expandido (2,5mm de diâmetro), Tinta guache, Pincel, Régua.

Método de Construção:

Passo Geral – Fixar as hastes de madeira em um pedaço de poliestireno expandido para realizar a pintura dos mesmos com tinta guache, conforme ilustra a figura 26, em seguida com o auxílio da régua, determinar tamanho padrão para os espetos. Os espetos devem possuir pontas nas duas extremidades, as pontas são obtidas com a ajuda do estilete.

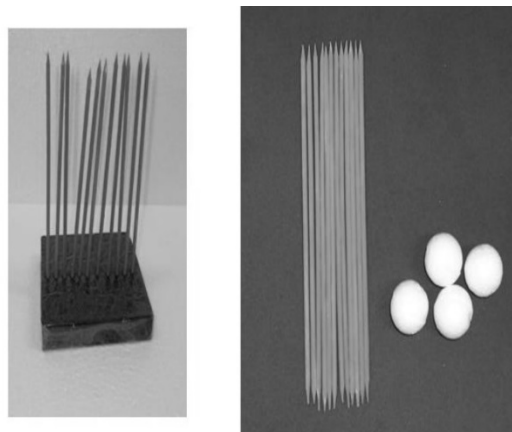


Figura 05 - Passo a Passo –materiais necessários para a construção de sólidos regulares de Platão com hastes de madeira e poliestireno expandido.

Fonte: Autor.

A Construção do Tetraedro com Hastes de Madeira e esferas de poliestireno pode ser visualizada na Figura 06.

Para a construção devem-se seguir os seguintes passos:

Passo 1 – Ajustar o comprimento dos espetos para 15 cm certifique-se de que todos possuam em suas extremidades pontas, reserve quatro esferas de poliestireno e seis espetos para churrasco para realização desta construção.

Passo 2 – Construa um triangulo equilátero. Ao perfurar a esfera introduza apenas uma pequena parte do espeto. Observe o alinhamento dos espetos na esfera, para que não ocorram desníveis. Faça a medição das arestas para certificar-se de que todas possuam o mesmo comprimento.

Passo 3 – Introduza um espeto em cara vértice formado, de modo a dispor com certa inclinação, proporcionando altura a nossa construção.

Passo 4 – Una todas as pontas restantes com uma esfera atendendo a todas as observações mencionadas anteriormente. Realize a medição de todas as arestas para certificação de que todas as medidas são iguais.

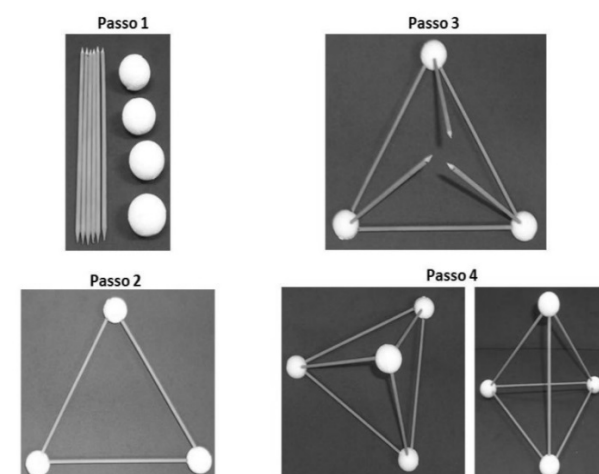


Figura 06 - Passo a Passo - Construção do tetraedro com hastes de madeira e esferas de poliestireno expandido.

Fonte: Autor.

A Figura 07 apresenta a construção do Hexaedro com hastes de madeira e esferas de poliestireno.

Para a construção devem-se seguir os seguintes passos:

Passo 1 – Ajustar o comprimento dos espetos para 15 cm e certifique-se de que todos possuam em suas extremidades, pontas. Reserve oito esferas de poliestireno expandido, e doze espetos de madeira para churrasco para realização desta construção.

Passo 2 – Construa dois quadrados. Ao perfurar a esfera introduza apenas uma pequena parte do espeto. Observe o alinhamento dos espetos dispostos na esfera, para que não ocorram desníveis. Faça a medição das arestas para certificar-se de que todas possuam o mesmo comprimento.

Passo 3 – Em cada vértice formado pelas esferas introduza um espeto de modo perpendicular à base.

Passo 4 – Fixe uma esfera de poliestireno expandido em cada ponta restante, ligue os vértices formados com palitos.

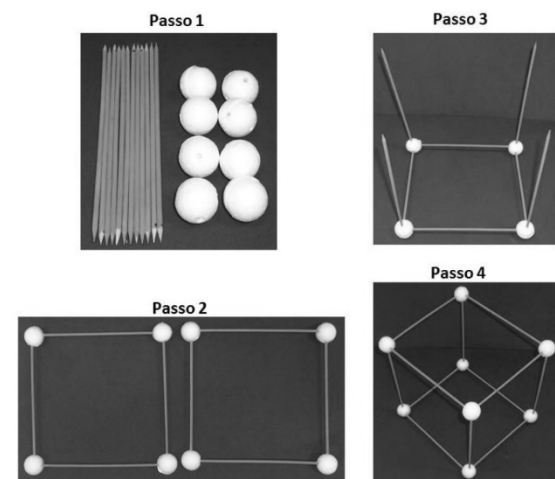


Figura 07: Passo a Passo - Construção do hexaedro com hastes de madeira e esferas de poliestireno expandido.

Fonte: Autor.

A Figura 08 apresenta a construção do Octaedro com hastes de madeira e esferas de poliestireno

Para a construção devem-se seguir os seguintes passos:

Passo 1 – Ajustar o comprimento dos espetos para 15cm e certifique-se de que todos possuam em suas extremidades, pontas. Reserve seis esferas de poliestireno expandido, e doze espetos de madeira para churrasco para realização desta construção. Construa um quadrado. Ao perfurar a esfera introduza apenas uma pequena parte do espeto. Observe o alinhamento dos espetos dispostos na esfera, para que não ocorram desníveis. Faça a medição das arestas para certificar-se de que todas possuam o mesmo comprimento.

Passo 2 – Em cada vértice formado, fixe um espeto, de modo inclinado.

Passo 3 – Junte todas as pontas restantes com uma esfera, formando então uma pirâmide de base quadrada.

Passo 4 – Em cada vértice da base (quadrada) fixe um espeto com a mesma inclinação utilizada no passo anterior.

Passo 5 – Junte todas as pontas restantes com uma esfera, formando então outra pirâmide de base quadrada.

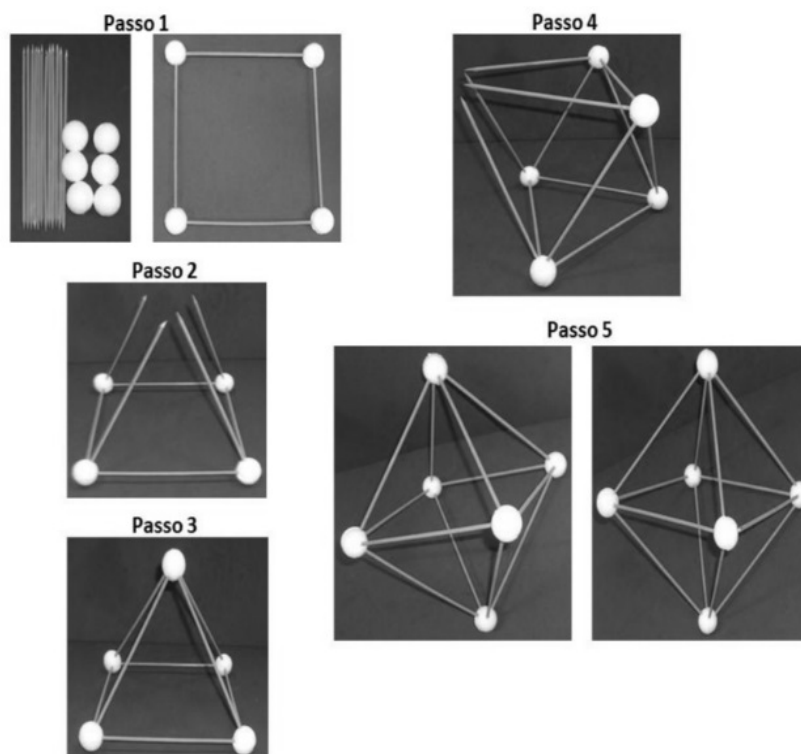


Figura 08 - Passo a Passo - Construção do octaedro com palitos de churrasco e esferas de poliestireno expandido.

Fonte: Autor.

A construção do Icosaedro com hastes de madeira e esferas de poliestireno pode ser visualizada na Figura 09.

Para a construção devem-se seguir os seguintes passos:

Passo 1 – Ajustar o comprimento dos espetos para 8cm e certifique-se de que todos possuam pontas em suas extremidades. Reserve doze esferas de poliestireno expandido e 30 hastes de madeira para churrasco para realização desta construção. Construa uma sequência de dez triângulos utilizando as esferas de poliestireno como vértices dos mesmos. Ao perfurar a esfera introduza apenas uma pequena parte da haste. Observe o alinhamento dos espetos dispostos na esfera e no último triângulo deixe os palitos sem um vértice para que não ocorram dificuldades o passo a seguir. Faça a medição das arestas para certificar-se de que todas possuam o mesmo comprimento.

Passo 2 – Junte as duas extremidades da sequência formada no passo anterior até que forme uma espécie de cinto.

Passo 3 – Em cada vértice fixe uma haste de madeira e junte todas as extremidades com uma só esfera de poliestireno. Repita os procedimentos supracitados.

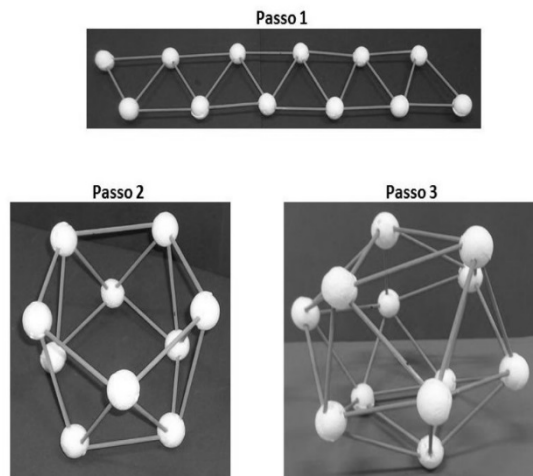


Figura 09 – Passos para a construção do icosaedro com hastes de madeira e esferas de poliestireno expandido.

Fonte: Autor.

6. CONCLUSÕES

Diante do exposto nesta pesquisa, percebeu-se que apesar de existir uma variedade significativa de materiais concretos disponíveis para compra e construção, a utilização deles em aulas não é frequente, este comportamento metodológico passa por progresso ao longo da história do ensino de Geometria no Brasil.

As construções realizadas neste estudo demandaram pouco tempo, com fácil aquisição e baixo custo. A utilização de diferentes técnicas e materiais propicia determinada flexibilidade na aplicação, adequando-se ao público a que se destina e ao ensino do conteúdo pretendido.

Em suma, baseado em pesquisas nacionais e no presente estudo, considera-se indispensável a utilização de materiais concretos nas aulas de geometria espacial em todos os níveis de ensino.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos a agência de fomento PIBITI-IFTO *Campus* Paraíso que proporcionou a realização deste trabalho.

REFERÊNCIAS

FREITAS, Bráslcio Alves. **Introdução à geometria euclidiana axiomática com o Geogebra**. 2013. 61 f. Dissertação (Mestrado) - Curso em Matemática, na área de Geometria, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2013.

MACHADO, Ronaldo Azevedo. **O ensino de geometria espacial em ambientes educacionais informatizados: um projeto de ensino de prismas e cilindros para o 2º ano do ensino médio**. 2010. 133 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Educação Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2010. Disponível em: <http://www.repositorio.ufop.br/bitstream/123456789/2434/1/DISSERTAÇÃO_EnsinoGeometriaEspacia1.pdf>. Acesso em: 15 jun. 2016.

MENESES, Ricardo Soares. **Uma História da Geometria Escolar no Brasil:** de disciplina a conteúdo. 2007. 172 f. Dissertação (Mestrado) – Curso de Mestrado acadêmico em Educação Matemática, Universidade Católica, São Paulo, 2007. Disponível em:

<http://www.sapientia.pucsp.br/tde_arquivos/13/TDE-2007-07-25T13:12:20Z-3894/Publico/Ricardo%20Soares%20de%20Meneses.pdf>. Acesso em: 20 jun. 2016.

MONTEIRO, Bruna Garcia. **O uso de material concreto para melhor visualização dos sólidos geométricos.** 2013. 74 f. TCC (Graduação) - Curso de Curso de Matemática, Faculdade de Pará de Minas, Pará de Minas, 2013.

MÜLLER, C. C.; NEHRING, C. M. **A geometria espacial no período da república: 1889 à 1930.** In: EGEM – ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, Ijuí. *Educar na diversidade.* Caxias do Sul, 2006.

NASCIMENTO, Janio Benevides de Souza. **O estudo da geometria por meio da construção de sólidos com materiais alternativos.** 2013. 142 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Ensino de Ciência Exata, Centro Universitário Univates, Lajeado, 2013.

PAVANELLO, R. M. **O abandono da geometria no Brasil: causas e consequências.** São Paulo: Zetetiké, v. 1, n. 1, 1993. Disponível em:
<<https://www.fe.unicamp.br/revistas/ged/zetetike/article/view/2611/2353>>. Acesso em: 10 ago 2015.

SILVA, Alex Reis da. **Uma proposta para o ensino da geometria espacial métrica no ensino médio.** Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Lavras. Lavras, 2013.

SOARES, Flavia. **Movimento da matemática moderna no Brasil: avanço ou retrocesso?** 2001. 174 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática Aplicada, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2001.

VERSA, Ilseu; SOUZA, José Ricardo. **Uso de material didático manipulável (material concreto) no estudo da geometria métrica espacial.** Disponível em:
<<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1953-8.pdf>>. Acesso em: 11 ago 2016.