

## **DESENVOLVIMENTO META-HEURÍSTICA BASEADA EM SIMULATED ANNEALING APLICADO A COLORAÇÃO DE GRAFOS PARA OTIMIZAÇÃO DE PROCESSOS.**

**Honório Henrique de Carvalho Lima<sup>1</sup>, Humberto Rodrigues Macedo<sup>2</sup>, Carlos Henrique Correa Tolentino<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Programa de Pós-Graduação em Telemática – IFTO. e-mail: henriquew3c@gmail.com

<sup>2</sup>Programa de Pós-Graduação em Telemática – IFTO. e-mail: humberto.macedo@ifto.edu.br

<sup>3</sup>Programa de Pós-Graduação em Telemática – IFTO. e-mail: chtolentino@ifto.edu.br

**Resumo:** Este artigo versa sobre a aplicação prática da meta-heurística *Simulated Annealing* sobre a perspectiva da coloração de vértices de grafos, a fim de, verificar a efetividade, comparando com a coloração sequencial. Apresenta aspectos conceituais da simulação de arrefecimento de metais. A implementação realizada fora testada em três grafos para verificação da busca da solução otimizada para a coloração destes grafos. Uma solução com menos cores significa redução nos custos, portanto uma otimização sobre os resultados iniciais para aplicações em ramos diversos da indústria e do comércio para encontrar possíveis soluções otimizadas dentro de seus processos.

**Palavras-chave:** coloração de vértices, arrefecimento de metais, técnica de otimização

### **1 INTRODUÇÃO**

A coloração de grafos tem sido estudada desde 1852, inicialmente por Frederick Guthrie, da universidade de Londres, o qual apresentou na época uma conjectura que daria origem a um dos maiores problemas da teoria dos grafos, a teoria das quatro cores, na qual seria possível pintar com apenas quatro cores, as regiões de um mapa, respeitando as adjacências (REGO, 2001).

O *Simulated Annealing* é uma meta-heurística baseada no recozimento de metais que procura uma solução ótima dentro de um espaço de soluções não conhecido, onde a exploração de todas as possíveis soluções é tecnicamente inviável. Utiliza as técnicas para encontrar um vizinho ótimo, e uma taxa de perturbação. Partindo de uma temperatura inicial alta que vai se resfriando para fugir da melhor solução local e explorar outros espaços de solução.

Vários trabalhos procurando buscar uma solução ótima, utilizando coloração de grafos, foram apresentados na literatura, comparando os resultados obtidos com novas implementações nas soluções, tais como:

- Heurísticas Baseadas no Algoritmo de Coloração de Grafos para o problema de alocação de salas em uma instituição de ensino superior. Nesta implementação utilizou-se dois métodos, sendo o método do Melhor Vizinho capaz de obter soluções de custos médios menores que o método Primeiro Melhora, embora, este último tenha obtido menor tempo computacional (DA SILVA, 2010).

- Algoritmos para o problema de coloração de grafos (REGO, 2001). Neste artigo, o autor utilizou um algoritmo para obter uma solução inicial e posteriormente comparou estas soluções utilizando a meta-heurística *SA*, e obteve melhorias significativas em relação solução inicial.
- Meta-heurística Busca Tabu para a problema de coloração de grafos apresentada e publicada nos Anais do XXXVII SBPO 2005 em Gramado – RS. O artigo trouxe uma contribuição com três procedimentos para a busca local, e uma nova heurística Busca Tabu que demonstrou ser competitiva com outras encontradas na literatura (DE AGUIAR, 2015).
- *Simulated Annealing* aplicado a um problema de roteirização e programação de veículos, elaborado no Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, apresentou uma nova abordagem para o problema de roteirização de veículos, na qual comparada a dois resultados obtidos na literatura, foi capaz de melhorar a qualidade do serviço, ou seja, foi capaz de atender aos clientes mais rapidamente, porém apresentou um acréscimo na distância percorrida pelos veículos (MAURI, 2006).

Todo o problema que pode ser traduzido e montado sobre grafos, pode-se utilizar o *Simulated Annealing* para busca e refinamento de uma solução ótima, não necessariamente a melhor solução, mas com um custo computacional baixo, pode-se obter uma solução otimizada.

Este artigo está disposto da seguinte forma. A seção 2 apresenta a proposta deste trabalho com os objetivos. Na seção 3 foi demonstrada a metodologia usada para a implementação do algoritmo para a solução de coloração de grafos e o material utilizado. Na seção 4 os resultados encontrados com a implementação para os três grafos gerados são demonstrados. A seção 5 traz as conclusões sobre os resultados apresentados e, por fim, na seção 6 informa-se a linha para os trabalhos futuros.

## **2. PROPOSTA**

A proposta deste artigo é verificar a efetividade e a fidelidade da meta-heurística *Simulated Annealing*, baseado na comparação com o método de coloração sequencial. Também é objetivo deste trabalho o aspecto conceitual da simulação de arrefecimento de metais. Para isso será apresentado três grafos utilizados como entrada para verificação da efetividade da meta-heurística comparada com a coloração sequencial e realizar as análises destes resultados.

### 3. METODOLOGIA

O procedimento realizado para reconhecimento do gráfico otimizado ( $Go$ ) e da solução ótima ( $So$ ) para o gráfico de entrada ( $Ga$ ) e exposto na Figura 1.

```

Procedimento SA (float  $T_i$ , float  $T_f$ , int  $T_{xp}$ , int numSol, float  $T_{xresf}$ ,
grafo * $G_a$ , grafo * $G_o$ )
   $G_o \leftarrow G_a$ 
  enquanto ( $T_a > T_f$ ) faça:
    enquanto numSol > 0 faça:
       $S_a$  = solução inicial baseada no grafo atual ( $G_a$ )
      se ( $S_a < S_o$ ) faça:
         $S_o \leftarrow S_a$ 
         $G_o \leftarrow G_a$ 
      Senão faça:
         $prob \leftarrow prob(S_a, T_a, T_i, T_f, S_o) \rightarrow (T_a - T_f) / (T_i - T_f)$ 
         $x \leftarrow rand() \% 1$ 
        Se  $x < prob$  faça:
           $S_o \leftarrow S_a$ 
           $G_o \leftarrow G_a$ 
      se ( $i \% T_{xp} \neq 0$ ) faça:
        gera vizinho de  $G_o$  (shift_v_left)
         $G_a \leftarrow G_o$ 
      senão:
        perturba  $G_o$  (shift_v_right)
         $G_a \leftarrow G_o$ 
    fim-enquanto
     $T_a \leftarrow resfriamento(T_a, T_i, T_f, T_{xresf})$ 
  fim-enquanto
fim-procedimento

```

Figura 1 - Pseudo-código *Simulated Annealing*

Na Figura 1 é apresentado o pseudocódigo da implementação do *Simulated Annealing* utilizada neste trabalho, que a partir deste momento será chamada de procedimento SA. Nela é possível visualizar os parâmetros de entrada, sendo seus valores de acordo com a Figura 2, obtidos por experimentação (KIRKPATRICK, 1993). Sendo eles.

- $T_i$  – temperatura inicial;
- $T_f$  – temperatura final;
- $T_{xp}$  – taxa de perturbação;
- $numSol$  – número de soluções;
- $T_{xresf}$  – taxa de resfriamento;
- $G_a$  – gráfico atual ou gráfico de entrada;

- $G_o$  – gráfico otimizado através da implementação;
- $S_a$  – solução anterior;
- $S_o$  – solução otimizada.

<b>Parâmetros de entrada</b>
$T_i = 100$
$T_f = 0$
$T_{xp} = 10$
$numSol = 100$
$TXresf = 10$
$T_a = T_i$

Figura 2- Parâmetros SA

Durante o processo de recozimento, o material passa por vários estados possíveis. Porém, é necessário estabelecer um número finito de chamadas para o processo, objetivando garantir vários estados possíveis para o material em questão, e que estes sejam analisados a fim de verificar a melhor solução para o problema em questão (KIRKPATRICK, 1993), chamada de solução otimizada ou simplesmente  $S_o$ .

De acordo com a Figura 1, o estado de recozimento é administrado a partir de uma temperatura inicial ( $T$ ), por sua vez chamado de  $T$  elevado, passando por estágios intermediários ( $T_a$ ), chamado de temperatura atual, até uma temperatura final ( $T_f$ ), enquanto  $T_a > T_f$ , sendo o valor de  $T_a$  subtraído a cada iteração, de acordo com uma taxa de resfriamento, ou seja  $T_a = T_a - TXresf$ . Por fim, um estado de congelamento é alcançado quando  $T_a \equiv T_f$ , onde não se obtêm mais a diminuição de custo operacional do problema em questão.

Ainda de acordo com a Figura 1, a cada iteração da temperatura atual ( $T_a^i$ ), geram-se novas soluções iniciais enquanto o valor definido em  $numSol$  for maior que 0, ou seja, uma nova solução atual ( $S_a$ ) é obtida baseada no gráfico atual ou gráfico de entrada ( $G_a$ ). Em seguida, as soluções são refinadas, sendo uma  $S_a$  aceita somente se o valor da mesma seja maior que a solução otimizada ( $S_o$ ), adquirida anteriormente. Para o procedimento SA, a obtenção de soluções iniciais é dada a partir de um método de coloração sequencial, ou seja, uma heurística baseada em um algoritmo de coloração de grafo.

Quando uma nova  $S_a$  é aceita a mesma pode ser chamada de solução ótima local, pois se refere a uma solução do espaço de soluções. Porém, para que  $S_a$  seja considerada uma solução otimizada ( $S_o$ ) é necessário satisfazer a probabilidade de aceitação, de modo que a probabilidade seja igual a  $[(T_a - T_f) / (T_i - T_f)]$ . A probabilidade de aceitação, por sua vez, decai a cada resfriamento, de forma que  $P(\alpha) = ta/tf$  (KIRKPATRICK, 1993).

O método de perturbação e a procura por vizinhos próximos foi utilizado para garantir a averiguação de outras partes do espaço de soluções, com objetivo de analisar o máximo de soluções locais. Portanto, ainda de acordo com a Figura 1, o final do processo se dá quando a temperatura se aproxima do zero e nenhuma solução pior for mais aceita, evidenciando o encontro de uma solução otimizada.

### 3.1 Materiais Utilizados

Foi utilizado um computador com as seguintes configurações:

- Processador Intel core i7;
- 8GB de memória RAM DDR3;
- Sistema operacional Linux Mint 17.2, kernel: 3.16.0-38-generic-x86-64;
- Compilador GCC Versão 4.8.4.

## 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Foram montados três grafos com diferentes números de arestas para, após obter uma solução inicial, serem submetidos ao *Simulated Annealing* para a verificação e comparação das soluções encontradas, de acordo com os parâmetros iniciais informados na Figura 1.

### 4.1 Grafo 1

Para a primeira comparação, foi utilizado um grafo com 23 vértices e 37 arestas, o grafo inicial com a coloração sequencial apresentou uma solução com 4 cores. Já o grafo final, após a utilização da implementação do *Simulated Annealing*, obteve como melhor solução 3 cores e pior solução 5 cores. A Figura 3 ilustra o resultado da coloração para o grafo 1.

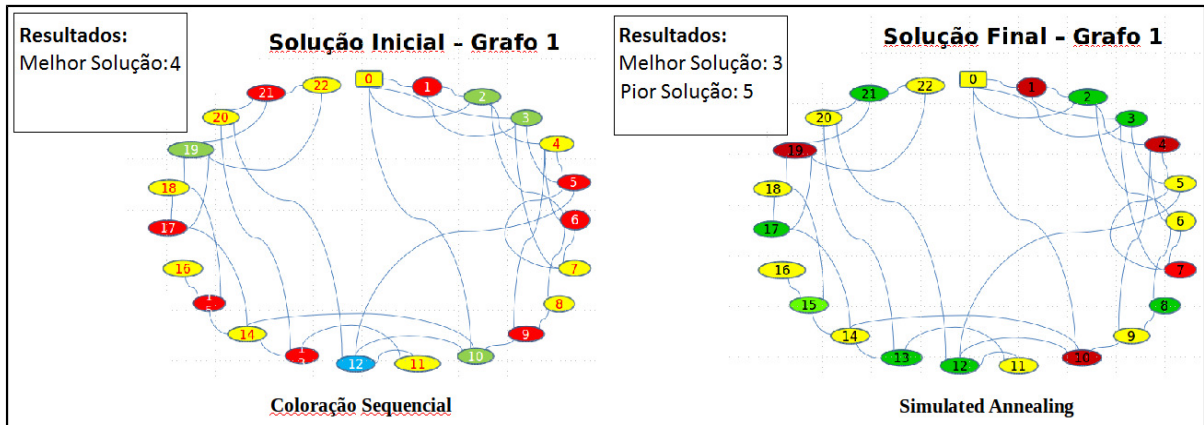


Figura 3 - Grafo 1: Simulated Annealing vs Coloração Sequencial

#### 4. 2. Grafo 2

Para o segundo teste da implementação foi gerado o grafo 2, com um aumento no número de arestas de 37 para 42 e mantendo o número de vértices em 23. Neste teste a solução sequencial inicial manteve como melhor solução 4 cores e a implementação do Simulated Annealing mais uma vez se mostrou eficiente ao encontrar uma solução ótima com 3 cores, conforme pode ser observado na Figura 4.

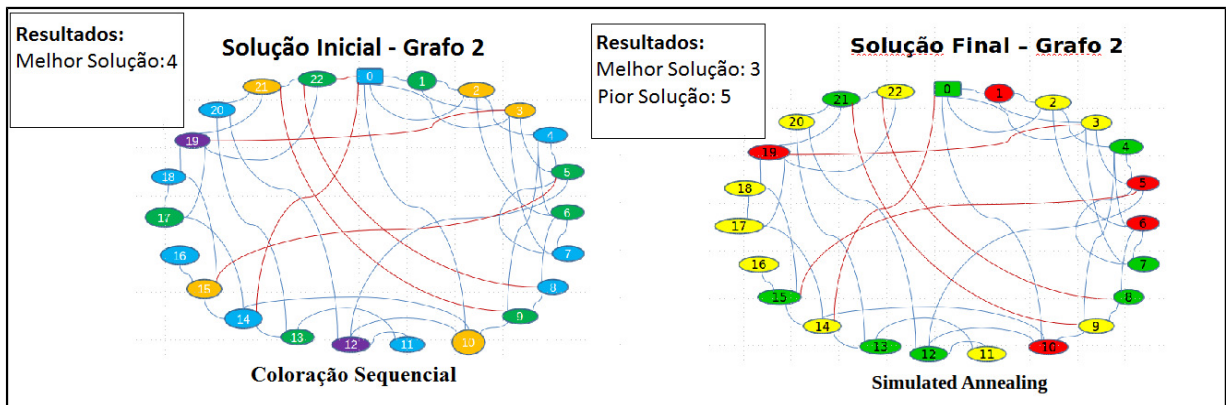


Figura 4- Grafo 2: Simulated Annealing vs Coloração Sequencial

#### 4. 3. Grafo 3

Para a realização do terceiro teste, o Grafo 3 foi gerado para uma nova comparação entre a solução sequencial inicial e a solução do *Simulated Annealing*. Baseado no Grafo 2, o Grafo 3

permaneceu com os 42 vértices e ganharam mais 13 arestas, totalizando 55 arestas. Conforme pode ser observado na Figura 5. Enquanto a coloração sequencial obteve uma solução inicial com 6 cores, o *Simulated Annealing* obteve uma solução ótima com 4 cores. Um fato interessante, que pode ser notado na Figura 5 foi a apresentação da pior solução igual à solução anterior, o que atesta, mais uma vez, a eficiência e a fidelidade da meta-heurística, pois a solução encontrada pela coloração sequencial é considerada uma solução ótima local para o espaço de soluções analisado.

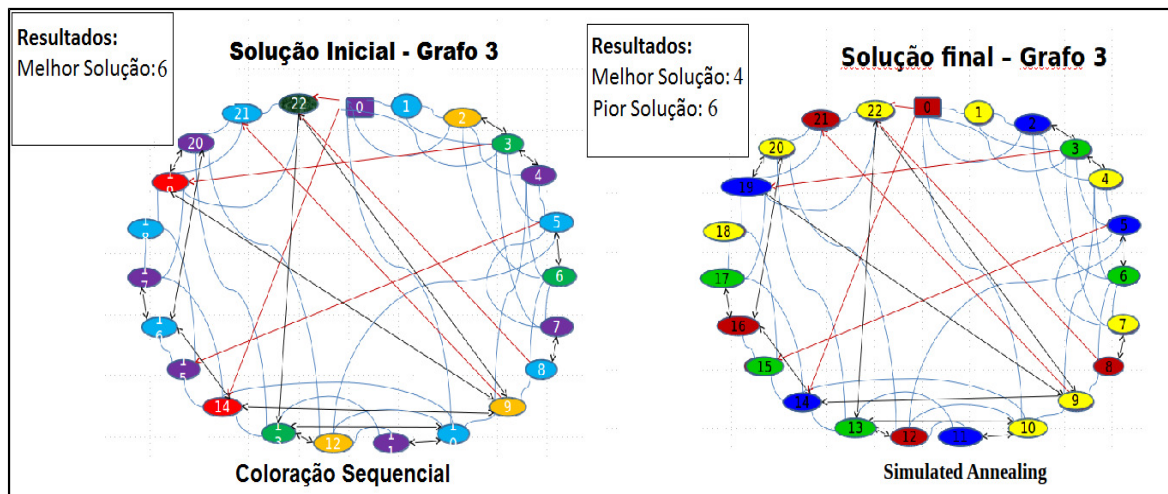


Figura 1 - Grafo 3: Simulated Annealing vs Coloração Sequencial

## 5. CONCLUSÕES

Algumas conclusões importantes foram retiradas destas experiências, dentre elas, podemos destacar a funcionalidade da implementação, que sempre obteve resultados melhores que a coloração sequencial inicial.

Aparentemente, uma melhoria de apenas uma cor pode passar uma falsa impressão que o resultado obtido com a implementação não foi viável economicamente, pelo contrário, a redução de uma única cor, conforme verificado no Grafo 1 e no Grafo 2 representaria uma redução nos custos em 25% em relação a solução inicial. Lembrando que vários problemas podem ser traduzidos em forma de grafos, conforme verificado na literatura e destacado anteriormente algumas delas.

Outra conclusão importante é que, com o aumento das arestas adjacentes, a solução inicial sequencial tende a apresentar soluções com mais cores, para isso o Grafo 3 foi gerado com mais arestas adjacentes, como resultado foi verificado uma otimização de 6 para 4 cores, enfatizando a

eficiência da implementação do *Simulated Annealing* em grafos com quantidades maiores de arestas adjacentes. Por fim, o teste com o Grafo 3 representou em porcentagem uma redução em um terço dos custos.

## 6. TRABALHOS FUTUROS

Para os trabalhos futuros serão gerados grafos com maiores quantidades de vértices e arestas e comparados os resultados com algoritmos utilizados na literatura, fazendo alterações na metodologia conforme os resultados obtidos, até que consiga resultados competitivos

## REFERÊNCIAS

DA SILVA, Douglas José; DA SILVA, Geiza Cristina. Heurísticas baseadas no algoritmo de coloração de grafos para o problema de alocação de salas em uma instituição de ensino superior. **Anais do XLII SBPO**, p. 2839-2849, 2010.

DE AGUIAR, Felipe Neves et al. Metaheurística busca tabu para o problema de coloração de grafos. **Anais do XXXVII SBPO**, p. 2497-2504, 2005.

KIRKPATRICK, Scott et al. Optimization by simulated annealing. **science**, v. 220, n. 4598, p. 671-680, 1983.

MAURI, Geraldo Regis; LORENA, Luiz Antonio Nogueira. SIMULATED ANNEALING APLICADO A UM PROBLEMA DE ROTEIRIZAÇÃO E PROGRAMAÇÃO DE VEÍCULOS.

REGO, Marcelo Ferreira; SANTOS, Haroldo Gambini. Algoritmos para o Problema de Coloração de Grafos. **Computational optimization and applications**, v. 19, n. 2, p. 165-178, 2001.